

平成 28 年度教科リーダー養成活用事業 研修成果報告書

数学の「関心・意欲・態度」を高める授業改善
～知識構成型ジグソー法をベースにした協働学習の実践～

島根県立出雲工業高等学校

教諭 柳樂 淳一

研修テーマ

数学の「関心・意欲・態度」を高める授業改善
～知識構成型ジグソー法をベースにした協働学習の実践～

島根県立出雲工業高等学校
教諭 柳樂 淳一

研修テーマ設定の理由

本校は平成 28 年度国立教育政策研究所教育課程研究指定校（工業）に指定され、重点目標に「学習評価方法の検討」が加わった。数学についても、学習評価を 4 つの観点でどのように評価するか模索している現状にある。全国算数数学教育研究大会の「学習指導法・評価」部門の発表は、評価に関するものが昨年度は 0 件、今年度は 1 件と極めて少なく、全国的にも評価に関する研究が進んでいないことが伺える。また、新学習指導要領で「主体的・対話的で深い学び」を実現するためにアクティブ・ラーニングを活用する方針が出された。以上のことから、学習評価について、特に 4 つの観点のうち「関心・意欲・態度」は協働学習を展開することでより学習者を中心とした評価方法が検討できるのではないかと考えた。

しかし、私自身協働学習というものがどういうものか理論的にも実践的にも経験が浅い。そのため本研修では「関心・意欲・態度」の評価方法を検討する前に、まず協働学習をどう実践し関心意欲態度を高めていくかを考えていく必要があると判断した。本研修では松江教育センターでの集中研修で紹介された「知識構成型ジグソー法」をベースにした協働学習を実践し考察していくこととした。

本研修に関連する研修及び実践

日程	名称	場所	研修	授業
6/16(木)	高等学校学習評価研修	松江教育センター	○	
6/28(火)	教科リーダー養成活用事業 センター研修会	松江教育センター	○	
7/16(土)	アクティブ・ラーニング 教員連携で進める授業改善	河合塾広島校	○	
7/21(木)	ICT 活用による新たな学び推進モデル授業	松江北高校		○
7/24(日)	数学有志の授業づくり勉強会	益田高校	○	
7/25(月)	益田高校数学科研修会 エキスパート教員授業見学（数学）	益田高校		○
7/27(水)	教科リーダー養成活用事業 拠点校研修会	出雲農林高校	○	

8/4(木)	全国算数数学教育研究大会	岐阜県立長良高校	○	
8/5(金)	全国算数数学教育研究大会	長良川国際会議場	○	
8/19(金)	教育改革先取り対応セミナー	リーガロイヤルホテル広島	○	
9/12(月)	教科リーダー養成活用事業 リーダー教員集中研修会	松江教育センター	○	
9/13(火)	教科リーダー養成活用事業 集中研修会	松江教育センター	○	
9/16(金)	研究授業	出雲工業高校		実施
9/28(水)	CoREF 新しい学びプロジェクト 公開授業	安芸太田町立加計小学校		○
9/30(金)	CoREF 未来を拓く学びプロジェクト 公開授業	埼玉県立上尾南高校		○
10/1(土)	CoREF 未来を拓く学びプロジェクト 公開授業	埼玉県立伊奈総合高校		○
10/17(月)	AL 推進事業学びの文化祭 in 米子	鳥取県立米子高校		○
10/21(金)	CoREF 新しい学びプロジェクト 授業研究会 in 安芸太田町	安芸太田町立加計小学校 広島県立加計高校		○
10/22(土)	CoREF 新しい学びプロジェクト 授業研究会 in 安芸太田	川森文化交流センター	○	
10/25(火)	島根県高数研研究大会	出雲市民会館	○	
10/26(水)	島根県高数研研究大会	出雲市民会館	○	
10/27(木)	島根県高音研研究大会 研究授業（音楽）	出雲工業高校		○
11/1(火)	エキスパート教員授業見学（工業）	出雲工業高校		○
11/18(金)	島根大学教育学部附属学校園 公開研究会	島根大学附属学校園	○	○
11/22(火)	初任者研修研究授業(工業)	出雲工業高校		○
12/1(木)	研究授業に関わる事前授業	大田高校		実施
12/7(水)	教科リーダー養成活用事業 拠点校中間報告会	出雲農林高校	○	○
12/15(木)	研究授業および中間報告	大田高校	実施	実施
1/9(金)	リーダー研修中間報告	出雲工業高校	実施	
1/29(日)	CoREF 新しい学びプロジェクト 平成 28 年度報告会	東京大学	○	
2/9(木)	研究授業	出雲工業高校		実施

2/13(月)	フォローアップ研修研究授業（工業）	出雲工業高校		○
2/20(月)	初任者研修研究授業（工業）	出雲工業高校		○
3/16(木)	開星高校公開授業研究会	開星高校		○
3/17(金)	研修成果報告書提出			

知識構成型ジグソー法を利用した協働学習の実践

数Ⅱ 複素数（機械科2年生一般クラス）

ジグソー活動	エキスパート活動
複素数とは何か	「足すと10, 掛けると40になる2つの数を考えよう」 A i の説明と共役な複素数 B 複素数の相等と計算 C 解の公式

7月のセンター集中研修で知識構成型ジグソー法を紹介された後、9月に機械科2年生一般クラス25名に実施した。協働学習についての意識付け、生徒の実態との適性、教材の内容や提示の仕方など、全てが反省するものであった。生徒の感想も「何を話し合っているのかわからなかった」「どのように話し合っているのかわからなかった」などの意見が多かった。特にこのクラスは数学に苦手意識を持っている生徒が多いため、協働学習に対する意識を十分に理解させた上で生徒の実態に応じた教材を作る必要であることを痛感した。

その後、協働学習の実践については2学期の授業を中心に、数学Ⅰを電気科1年生一般クラス16名、電子機械科1年生一般クラス14名を対象に、数学Aの平面図形については電子機械科3年生28名を対象に実施した。特に一般クラスは数学への苦手意識を持つ生徒が多いため、教材はある程度理解できるように配慮し実態を見てレベルを変え、また協働学習をするにあたってはその意義を十分に説明してから実施することにした。

数学Ⅰ 図形と計量（電気科1年生一般クラス、電子機械科1年生一般クラス）

ジグソー活動	エキスパート活動
$\tan A = \frac{\sqrt{5}}{2}$ のとき、 $\sin A, \cos A$ の値を求めよ	A $\cos A$ の定義①「斜辺を1としたときの隣辺」 B $\cos A$ の定義①「 $\cos A = \frac{\text{隣辺}}{\text{斜辺}}$ 」 C 三平方の定理
三角比の表を作成しよう $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき 三角比にはどのような規則があるか考えよう	「 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の有名角における $\tan \theta$ の値を求めよう」 A 有名角における $\sin \theta$ の値 B 有名角における $\cos \theta$ の値 C 分数の割り算と $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ の計算

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ のとき、 $\cos \theta, \tan \theta$ の値を求めよ。	$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 A $\cos \theta = \frac{3}{4}$ のときの $\sin \theta, \tan \theta$ B $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ のときの $\sin \theta, \tan \theta$ C $\tan \theta = 5$ のときの $\sin \theta, \cos \theta$
《研究授業》 正弦定理を立式しよう 正弦定理が利用できる図はどれか考えよう	A $2R$ を $\sin A$ と a で表す B $2R$ を $\sin C$ と c で表す C $\sin A$ と $a, \sin B$ と b の関係式で表す
正弦定理を利用する方法を教え合おう	A $b = 3\sqrt{2}, A = 45^\circ, B = 30^\circ$ のときの a B $c = 2\sqrt{2}, B = 135^\circ, C = 30^\circ$ のときの b C $b = \sqrt{6}, B = 60^\circ, C = 45^\circ$ のときの c
鋭角 $\triangle ABC$ の面積 S を立式しよう。	A $\sin A$ の定義を利用した方法 B $\sin B$ の定義を利用した方法 C $\sin C$ の定義を利用した方法
余弦定理を立式しよう (第一余弦定理) 教科書の余弦定理の表記と異なる理由を考えよう	A $\cos A$ と $a, \cos B$ と b の関係式で表す B $\cos B$ と $b, \cos C$ と c の関係式で表す C $\cos A$ と $a, \cos C$ と c の関係式で表す
$a = 2, b = 3, c = 4$ となる $\triangle ABC$ の面積 S を求めよう	A $\cos A \rightarrow \sin A \rightarrow \triangle ABC$ の面積 S B $\cos B \rightarrow \sin B \rightarrow \triangle ABC$ の面積 S C $\cos C \rightarrow \sin C \rightarrow \triangle ABC$ の面積 S

数学 I 2次関数 (電気科1年生一般クラス、電子機械科1年生一般クラス)

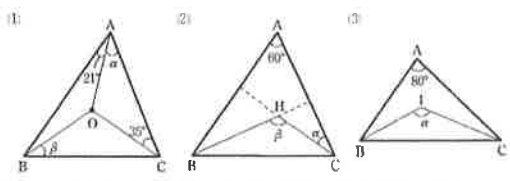
ジグソー活動	エキスパート活動
$y = 2(x - 1)^2 + 3$ のグラフを書こう	A $y = 2(x - 1)^2$ のグラフ B $y = 2x^2 + 3$ のグラフ C 数値の代入と y 切片
関数 $y = -x^2 + 6x + 1$ ($1 \leq x \leq 5$) の最大値と最小値およびそのときの x の値を求めよ 「長さ 16cm のロープで長方形の囲いを作りたい。できるだけ広い面積を囲うにはどのような長方形にすればよいか」	関数 $y = -x^2 + 6x + 1$ について A $1 \leq x \leq 2$ の最大値と最小値 B $1 \leq x \leq 4$ の最大値と最小値 C $4 \leq x \leq 5$ の最大値と最小値 文章題はエキスパート活動後に実際にロープを渡してグループワーク

2次不等式 $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ を解け	A 2次不等式 $x^2 - 2x + 1 > 0$ を解け B 2次不等式 $x^2 - 2x + 1 < 0$ を解け C 2次不等式 $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ を解け
2次不等式 $x^2 - 6x + 10 \geq 0$ を解け	A 2次不等式 $x^2 - 6x + 10 > 0$ を解け B 2次不等式 $x^2 - 6x + 10 < 0$ を解け C 2次不等式 $x^2 - 6x + 10 \leq 0$ を解け

数学 I データの分析（電気科1年生一般クラス、電子機械科1年生一般クラス）

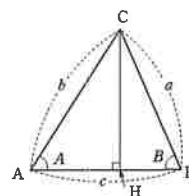
ジグソー活動	エキスパート活動
代表値（平均値・中央値・最頻値）のメリット・デメリットを考えよう	A 平均値について B 中央値について C 最頻値について
3つのチームの年俸データを代表する値としてどの代表値を使った方がいいと思うか 他にどのようなことや調べると、年俸の傾向がより深く読み取れると思うか	代表値（平均値・中央値・最頻値）を求めよう A Aチームの年俸データ B Bチームの年俸データ C Cチームの年俸データ
《研究授業》 箱ひげ図を理解しよう 年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう	1981, 2000, 2016年の月ごとの平均気温のデータ A 旭川市 B 秋田市 C 鹿児島市 D 宮古島市

数学 A 平面図形（電子機械科3年生）

ジグソー活動	エキスパート活動
$\triangle ABC$ の外心をO, 垂心をH, 内心をIとすると、 α, β の値を求めよ 	A 内心とその性質 B 外心とその性質 C 垂心とその性質
$AB=6, BC=5, CA=4$ とする $\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と辺BCとの交点をD, $\triangle ABC$ の外接円との交点をEとする。このとき線分ADの値を求めよ。	A $\angle A$ の二等分線 B 1点を通る2直線が円と交わる C 相似な三角形

定理・公式を「学ぶ」とは（大田高校理数科1年生）

ジグソー活動	エキスパート活動
定理や公式からどういう学び方を身に付けたいと思うか (文章を読む)	A 「卵はなぜ卵形をしているのか」 B 「東大はなぜ教科書の基本定理の証明を出題したか」 C 「教科書を侮るべからず」
《研究授業》 △ABCにおいて等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表すか	右図から「正弦定理」「余弦定理」「△ABCの面積」以外の式を発掘しよう A 余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ B 正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ C △ABCの面積 $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B$



以上の協働学習の中から以下の [1] ~ [7] について考察する。

(1)教科書の内容理解に関する題材

[1] 鋭角の三角比におけるtan Aを求める方法【資料1】

ジグソー活動	エキスパート活動
$\tan A = \frac{\sqrt{5}}{2}$ のとき、 $\sin A, \cos A$ の値を求めよ	A $\cos A$ の定義①「斜辺を1としたときの隣辺」 B $\cos A$ の定義①「 $\cos A = \frac{\text{隣辺}}{\text{斜辺}}$ 」 C 三平方の定理

これは1年生に初めて実践した協働学習である。生徒たちはAが鋭角のとき、 $\cos A$ の定義が2種類あることを学習しているので、具体的に $\cos A = \frac{3}{5}$ が直角三角形のどの辺の長さを表しているのか理解すること、更に三平方の定理を用いると直角三角形の辺の長さが求まることを通して、教員からの指導ではなく生徒の主体的・対話的な学習で課題が克服できるのではないかと考え実施した。プレで課題に取り組ませると、ほとんどの生徒はできなかった。しかし、エキスパート活動からジグソー活動に進むにつれ、ほとんどの生徒が理解を深めようと前向きに取り組んでいる様子を感じられた。またグループで話し合う活動がこれまでなかったこともあり、真新しさもあってか生徒たちはかなり盛り上がっている印象を受けた。感想では「すごい頭を使った」「みんなでやったら簡単だった」「話し合ったら納得できた」「じぶんと違う意見があって面白い」「先生の力を得ずにできた」「班に貢献したい」などの能動的な意見のが大半を占めていたが、「人に説明するのは難しい」という協働学習ならではの感想を書く生徒もいた。

なおこの教材は実践の初期のもので、今後はレイアウトなど改良を加えたい。

[2] 正弦定理の立式 《研究授業指導案①参照》

ジグソー活動	エキスパート活動
正弦定理を立式しよう	A $2R$ を $\sin A$ と a で表す
正弦定理が利用できる図はどれか考えよう	B $2R$ を $\sin C$ と c で表す C $\sin A$ と a , $\sin B$ と b の関係式で表す

数学の定理や公式を授業で展開するとき、導入部分ではどのような式かを紹介し、その活用方法などを指導するのが一般的である。定理や公式の証明は教員主導で行っている場合が多く、正弦定理の指導の場合も同様である。しかし、定理や公式がどのようにして導かれるのかを理解させ数学的な興味を引き出すことは、数学の教員としての責務であると思う。そこで生徒が協働学習によって証明できるようにするために、教材を穴埋め形式にすることでどのレベルの生徒でも定理を導けることに実感が湧くのではないかと考え、教材を作成した。生徒からは「これは協力しないとできない」「中学数学の大切さがわかった」「早速公式を使って解いてみたい」「6つの式の組み合わせが理解できた」など授業内容に関するプラスの感想や「理解はできたが話し合いができなかった」「戸惑った」「穴埋めに時間を費やした」などのマイナスの感想などがあった。私自身も穴埋めにしたことで逆に話し合わなくなるように感じた。参観された先生方からは主体的に取り組んでいる様子が見られるという評価を頂いたが、穴埋めに一生懸命で十分な話し合いができていない班があったことや、3人とも学力が低い班に対する協調学習の手立てなどのアドバイスを頂いた。

[3] 解法に3通りのアプローチがある問題【資料2】

ジグソー活動	エキスパート活動
$a=2, b=3, c=4$ となる $\triangle ABC$ の面積 S を求めよう	A $\cos A \rightarrow \sin A \rightarrow \triangle ABC$ の面積 S B $\cos B \rightarrow \sin B \rightarrow \triangle ABC$ の面積 S C $\cos C \rightarrow \sin C \rightarrow \triangle ABC$ の面積 S

これは知識構成型ジグソー法の本来の考え方とは若干異なる協働学習である。教科書ではエキスパート活動Aの内容で誘導を付けたものになっているため、エキスパートBやCの方法でも良いことについて生徒に理解を深めるために実施した。エキスパート活動の協働学習を基に、ジグソー活動ではどの解法過程で考えるのが良いのかを話し合わせた。多くの班で「どのアプローチでもでもよい」「Aの方法にこだわる必要はない」と回答していた。教科書の例題や問では誘導にしていることで埋もれてしまっている解法のポイントも、知識構成型ジグソー法を参考にした協働学習によって生徒自身で気付けることを実感した。



[4] 2次不等式の特別な解（2次関数のグラフがx軸と接する場合）【資料3】

ジグソー活動	エキスパート活動
2次不等式 $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ を解け	A 2次不等式 $x^2 - 2x + 1 > 0$ を解け B 2次不等式 $x^2 - 2x + 1 < 0$ を解け C 2次不等式 $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ を解け

2次不等式についてはグラフを利用して解くことを指導する。まず2次関数のグラフがx軸と異なる2点で交わるときの2次不等式の解法を指導する。その理解をより深めるため、2次関数のグラフがx軸と接する場合やx軸と共有点を持たない場合について、生徒の協働学習によって解を調べられないかと考え実施した。例えば2次関数のグラフがx軸と接する場合は「●以外のすべての実数」「すべての実数」「解なし」「 $x = \bullet$ 」の4つの答え方がある。そのため「すべての実数」の解になるものをジグソー活動とし、その目標に向け、残りの3つの解についてエキスパート活動で考え方を共有し、ジグソー活動でさらに深めていくような協働学習の形態をとった。従って教員からこの内容に関する解法の説明は行っていない。プレでは全く出来ていなかったが、プリントの記載事項とグラフを頼りに懸命に取り組む姿勢が見られた。エキスパートAについては「 $x < 1, 1 < x$ 」「 $x \neq 1$ 」などの解答も見られた。さらにこの後実施した2次不等式 $x^2 - 6x + 10 \geq 0$ の知識構成型ジグソー法にもスムーズに取り組むことができた。生徒の感想からは「自分たちで解決することができてよかった」「エキスパート活動を基にジグソー活動で話し合えてよかった」「人に説明ができて理解できるようにしたい」「判別式も理解できた」「ポイントを押さえられた」など肯定的なものが多かった。今回のような内容での協働学習は、一斉指導では伝わりきらない主体的・対話的で深い学びを実践できるだけでなく、授業進度の確保にもつながったと考えている。

[5] 4つのエキスパート活動でのデータの読み取り《研究授業指導案③参照》

ジグソー活動	エキスパート活動
箱ひげ図を理解しよう 年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう	1981, 2000, 2016年の月ごとの平均気温のデータ A 旭川市 B 秋田市 C 鹿児島市 D 宮古島市

数学の「関心・意欲・態度」を高める授業改善として、定理や公式を取り上げるとき導入や証明にまで生徒が関心を寄せる授業を展開できることは理想の一つであり、その助けとなるのが協調学習であると考えている。「データの分析」の単元は他の単元と比べ、計算力に加え様々なデータの特徴や傾向を目的に応じて読み取る分析力が必要であり、それを深めるためには話し合いのある協働学習によって効果が期待できる単元と捉えている。本授業では知識構成型ジグソー法の考え方を利用し、4つの班のエキスパート活動から読み取れる傾向を話し合い、入試問題にまでつなげられるような授業展開とした。研究授業（電気科

1年)では未習の箱ひげ図を生徒どうしで理解し合うところから始めたため話し合う量が多く大変だったが、生徒たちはよく頑張った。ただし平均値は5数要約や箱ひげ図には含まれない値のため最後に補足説明をした。復習問題は16名中14名が全問正解をしており、箱ひげ図の理解や傾向を読み取る分析力は身につけているように感じた。生徒からは「多くの先生方に見られて緊張した」という感想があったが、それでも「話し合いで読み取りが出来てよかった」「箱ひげ図は比較がしやすい」「5数要約を理解した」などの感想も多く安心した。数学以外の教科の先生方からは「数学でこのようなデータの読み取りの授業を行っていることに安心した」「4人のジグソー活動も良かった」などの意見や「4人では2人が話し2人が傾聴しているときはどう介入してあげるといいのか」という新たな気づきも発見できた。また「内容が多かったので箱ひげ図は前の授業で書き方までじっくり指導しておく」と今日の授業はやりやすかったのではないかと意見もいただいたので、電子機械科1年生の授業では5数要約から箱ひげ図を1時間かけて指導した上でデータの読み取りの授業を展開し、研究授業よりも余裕をもって臨むことができた。

また班ごとにポータブルのホワイトボードを配布し、ジグソー活動の内容を記入させて黒板に貼って発表したため、すべての班の考えを全員で共有することができた。これは実物投影機等のICTの活用では難しいことで、協働学習でのアナログの良さも感じた授業であった。

(2)問題演習に関する題材

[6] 平面図形に関する融合問題 【資料4】

ジグソー活動	エキスパート活動
<p>AB=6, BC=5, CA=4 とする△ABC の ∠A の二等分線と辺 BC との交点を D, △ABC の外接円との交点を E とする。 このとき線分 AD の値を求めよ。</p>	<p>A ∠A の二等分線 B 1点を通る2直線が円と交わる C 相似な三角形</p>

この内容は平面図形を一通り指導した後で実施したもので、センター試験頻出の事項が詰まっている。工業高校生にもチャレンジさせるために、上記の3つの内容についてエキスパート活動で確認し合い、協働学習で目標を達成させるように考えた。電子機械科3年生26名に実施したが、プレで解かせたところ、空白の生徒がほとんどで正解者数が0名だった。しかしジグソー活動で理解を深めたうえで、最後に振り返りで問題を解かせたところ16名(61.5%)が正解まで導いており、論述もきちんと書いていた。事後の振り返りでは、自己評価の平均をとると、ADを導く流れの理解については2.8/4点、協調学習については3.2点/4点となった。生徒の感想からは「問題が難しかった」けれども「はじめは全く分からなくても話し合いで理解ができた」「分からないことも話し合いで次々に分かるようになった」「自分たちの力で解くのはいいことだと思った」「ABCそれぞれの意見を聞いて面白かった」など、肯定的な意見が多く、協調学習の良さを実感したようであった。電子機械科3年

生は他クラスに比べ数学への理解度が高く、特に平面図形の授業ではどの生徒も前向きに取り組む様子を感じていたためこのような問題をチャレンジさせてみたが、おおむね好評であり、生徒の実態に合わせた適切な教材と協働学習の工夫を再確認した。

[7] 三角形の形状決定に関する問題《研究授業指導案②参照》

ジグソー活動	エキスパート活動
$\triangle ABC$ において等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表すか。	「正弦定理」「余弦定理」「 $\triangle ABC$ の面積」以外の式を発掘しよう A 余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ を導く B 正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ を導く C $\triangle ABC$ の面積 $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B$ を導く

大田高校で実施した研究授業では、理数科 1 年生の生徒が対象であったことから、定理や公式を「学ぶ」ことについて物事を本質まで捉え発展させていく態度を育てたいと考え授業計画を立てた。生徒たちは知識構成型ジグソー法での協働学習を経験していなかったため、前時ではその紹介とプレ実践も兼ね、本時の学習のねらいにつながるよう、A「卵はなぜ卵形をしているのか」B「東大はなぜ教科書の基本定理の証明を出題したか」C「教科書を侮るべからず」の3つの文章から「定理や公式からどういう学び方を身に付けたいと思うか」について協働学習を行った。そして生徒の学習実態を把握できていないこともあり、本時では活動が停滞した場合を想定して「お助けペーパー」を用意した。展開ではA「余弦定理」B「正弦定理」C「三角形の面積」を導くエキスパート活動からジグソー活動で「第一余弦定理」を導く過程を手がかりにすることで $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ が正三角形を表すことを論理的に説明できるようにすること、そして前時で紹介した知識構成型ジグソー法を通して協働学習ができたか、この2点に目標を絞って実施した。

プレで $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ が何を表すか予想させたところ「正方形」と答えた生徒が5名いた。展開の各エキスパート活動は時間通りに区切りジグソー活動に時間を使った。「第一余弦定理」を気づくのはなかなか難しかったようだが、エキスパート活動での着眼点に気づき、立式していく過程に理解を深めている様子であった。しかし、本論である $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ についての協働学習に移ると全体的に停滞している様子が見られたため、時間を2分で切り「お助けペーパー」を各班に配布したところ、話し合いが活性化していく様子が見られ、2つの班で $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ が正三角形を表すことについて論理的に全体に発表した。

事後の振り返りでは、生徒の自己評価の平均をとると、内容の理解が2.8/4点、協調学習

については 3.2 点/4 点となった。

授業の感想については「難しかったけれど話し合うことで理解が深まった」「『説明する・対話する・協力する』という目標があったことで、自分も解決に積極的に取り組めた」「あまりこういった授業はないので楽しかった」「自分たちのグループは公式を導きだせなかったのが悔しかった」など協働学習に関するものが多かった。また、定理や公式を学ぶことについての感想からは「説明を理解したり、なぜこうなるのかを考えながら、定理や公式を理解していきたい」「公式だけでなくその公式を導く過程に多く学べると思った」「定理や公式を単に覚えるだけでなく、その本質を理解し応用して使えるようになりたい」という内容が大半を占めており、授業の目的が達成できたと考えている。

先生方からの評価（参観表の評価）は、導入 3.7/4、展開 3.4/4、まとめ 3.5/4 であった。「お助けペーパー」による協働学習の活性化、ホワイトボード・ICT の活用など教具の準備に評価をいただいた。また定理や公式を証明まで理解を深めることについて共感をして頂いたり、前時に使用したエキスパート活動の文章を使いたいという問い合わせを頂いたり、非常にうれしく感じた。一方で $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ の提示の仕方、新たな定理を導くことについての生徒の誘導の仕方、停滞している班への介入、ICT の活用などについて疑問点や指摘を頂いた。また、他校の先生方もアクティブ・ラーニングや ICT の活用などに試行錯誤しておられることも、授業の感想や中間発表後のご意見などを通して感じた。

その他の実践

(1) ICT の活用

知識構成型ジグソー法などの協働学習をスムーズに行うためには ICT は欠かせないものとなっている。また、協働学習に限らず、授業を生徒を主体とした展開にしていくツールとして活用している。今年度主に活用した ICT は以下の通りである。

・実物投影機

生徒の解答提示、生徒のプレゼン

協調学習や教科書などの授業のポイント提示など

・モニター

パワーポイント 協働学習の指示、図形に関する内容の提示

タイマー 時間の表示

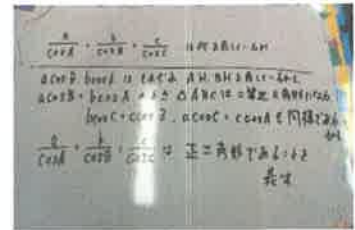
タブレット 写真を撮り生徒の解答提示



実物投影機は視聴覚教室にのみ常駐であったため、主に視聴覚教室を利用して授業を展開した。途中からタブレット（私物）を購入したことで、写真を撮ることで教室のモニターに提示することができた。またポイント提示の効率化や時間短縮につながった。そのため協働学習の際も班の活動状況を広く見渡せるようになった。

大田高校で行われた研究授業における先生方からの参観表では「必要に応じて教材・教具が準備されている」の項目が3.9/4と最も高い評価を頂いた。時間短縮のためのパワーポイント、話し合う時間をモニターを使って砂時計や音で知らせることなどについても高く評価して頂いた。

一方で、大田高校や本校での研究授業においてポータブルのホワイトボードを利用したことについても高く評価して頂いた。デジタルが難しい場合のアナログの良さも認識した上で、ハイブリットな授業展開ができればいいのではないかと考えている。



(2)フラッシュ計算

ICTの活用に合わせて、10月からフラッシュ計算を試みた。これはモニターとパワーポイントを使って、生徒が瞬間的に答えられるようなトレーニングと、授業でのアイスブレーキングを兼ねて実施した。今年度は「 180° までの有名角の三角比の値」「 x^2 の係数が1の式の平方完成」「 x^2 の係数が1の2次不等式の解」について行った。生徒の実態に応じ、規則的に出したり複雑な計算をしないよう配慮した。フラッシュ計算を行うと、生徒たちの授業の感想もフラッシュ計算に関するものが多く、能動的に取り組んでいる印象を受けた。知識理解の観点よりも関心意欲態度の観点で効果が期待できると感じた。



なお、三角比でのフラッシュ計算では
 $\tan 90^\circ =$ 「なし」に元気な反応をしていた。

(3)振り返りシート

知識構成型ジグソー法については、「プレ⇒エキスパート⇒ジグソー⇒クロストーク⇒振り返り」の5つのステップによって実施する協働学習であり、最後に個に戻って問いに対する答えを記述していく。また、島根県教育委員会から配布された数学に関する授業の重点目標「3言語活動の充実」の項目の中では「1時間のまとめを生徒にさせている」を掲げていることから、授業の振り返りについて効果を上げていく観点も必要であると考えている。

そこで今年度の2学期から授業の残り5分から振り返りをする時間を設けた。シートは次頁のようなものを用意し、「月日」「学習内容・作業内容」「感じたこと・思ったこと・気づいたこと・学習した公式・重要事項」「感想」の4つの項目を用意し自由記述させている。成績には加味しないことを伝えた上で記入させているが、生徒は私の予想以上に多く記入しており、生徒が何を理解しているのか、またどういう心境なのかなど、授業の参考になる

有効な資料であると感じている。これまで取り上げてきた実践における生徒の感想は基本的にこの「振り返りシート」によるものである。生徒のリフレクションとしての効果も期待できるため、今後も「振り返りシート」の意味づけを大切にしたい。

一方で「関心・意欲・態度」などの観点別評価のポートフォリオとしても活用できる。個人的に「振り返りシート」は成績に入れなかったことでリフレクションの効果が期待できるように感じており、この内容を成績に加えるとなると、その効果が薄れるように思う。従って、「感じたこと・思ったこと・気づいたこと・学習した公式・重要事項」の項目の記載のみを成績に加味するという方法もあるのではないかと考えている。具体的には、授業のポイントをその欄にどの程度記載しているか、教科書

では書かれていない重要事項をきちんと書いているか、ということになる。例えば上に載せている生徒の記述では、12/20 実施の「チェバの定理・メネラウスの定理」1/11 実施の「方べきの定理」について、単に教科書に載っている定理の式を書き写すのではなく、ポイントを青と赤で色分けをして記入している。さらに「方べきの定理」の感想に私がポイントとして指摘した「接弦定理」を記入している。このような記載のある場合は「関心・意欲・態度」の評価に加味する、ということが可能ではないかと考えている。

生徒や教員が共に意味のあるものになる振り返りの方法を検討していきたい。

(4) みんなでラーニング

27 年度リーダー教員として研修された小松原研先生の報告をもとに実施している。これは平成 27 年度の「夢実現チャレンジセミナー」の講師をされた長崎県立諫早高校の菰田清先生の「理解できる・分かる」を生徒全員に体験させたいということ基に実践されたものである。流れとしては、「教員の質問→全員起立→生徒相互で相談→分かった人から着席」というステップで、知識構成型ジグソー法を行っていないときに、こまめに実施している。これはちょっとしたことを生徒が忘れていたときや、授業開始時のアイスブレーキングとして活用しており、どのような内容でも手軽に使える。例えば「 $2017^0 = 1$ の理由は？」について複数の生徒が答えられないとき、あるいは「 $\int_1^3 (x-1)(x-3)dx = -\frac{4}{3}$ の計算は合っているのに、何で面積がマイナスになってしまっているの？」など、そのときの状況に応じて

授業の振り返りシート

今日の授業を振り返り、気づいたことを記入しよう。

項目	授業内容・授業方法	自分の学び・気づき	感想
12/20	チェバの定理・メネラウスの定理	チェバの定理の式を青と赤で色分けして覚えた。	メネラウスの定理の式も覚えた。
1/11	方べきの定理	方べきの定理の式を覚えた。	方べきの定理の式を覚えた。

臨機応変に生徒相互の話し合いができるため効果的である。ポイントは、何人かの生徒が理解をして答えられそうな内容、少しだけ考えれば解決できる内容、と捉えている。

なお「みんなでラーニング」は私個人が命名したもので、実際の名称は存じていない。

今後に向けて

(1) アンケートの結果から

1年生は10月から「Zクラス」と「一般クラス」の2つのコースに分かれる。数学を得意とする生徒や大学進学を目指す生徒は基本的に「Zクラス」を選択し、数学が苦手な生徒や基礎からじっくり取り組みたい生徒は「一般クラス」に分かれるが、正弦定理の研究授業の際はクラス全員で実践した。正弦定理の研究授業後に実施したアンケートで差が出た項目について提示する。

Q ジグソー法を利用した授業を通して数学に対する理解は深まりましたか？

	4 ある	3 ややある	2 あまりない	1 ない
全体(78名)	20.5%	65.4%	11.5%	2.6%
一般クラス選択者(28名)	14.3%	67.9%	17.9%	
Zクラス選択者(50名)	24.0%	64.0%	8.0%	4.0%

Q ジグソー法を利用した授業を通して自分の考えをまとめる努力ができましたか？

	4 ある	3 ややある	2 あまりない	1 ない
全体(78名)	19.2%	62.8%	17.9%	2.6%
一般クラス選択者(28名)	7.1%	67.9%	25.0%	
Zクラス選択者(50名)	26.0%	60.0%	14.0%	4.0%

知識構成型ジグソー法を利用した協働学習では、一般クラスの生徒の方が取り組みにやや難しいという結果となった。実際 Z クラスと一般クラスに分かれた最初の授業では、苦手意識からか話し合う様子が見られず、協働学習する雰囲気からはほど遠かった。いかにこれまでの協働学習が Z クラスのメンバーに頼ったものだったかということを実感した。

従って今後協働学習を円滑に行うためには、数学を苦手としている生徒への手立てを考えていくことが鍵となる。そして苦手意識が克服していけるよう、対話的な学びの良さを伝えていきたい。

それに関連して自己効力測定尺度調査の結果がある。この調査の実施にあたっては「数学の授業で」と限定して実施しなかったこともあり、数学についてどうであったかを判断するのが難しく精度が甘いところがあるが、協働学習に関して以下のような結果がある。

		S3(28名全員)	E1(16名一般)	S1(14名一般)
C12 勉強が分からないとき気軽に教えてくれる友人がいます	第1回	2.30	1.20	1.13
	第2回	2.35 ↑	1.33 ↑	1.18 ↑
C03 友達が勉強が分からないとき私は教えてあげることができます	第1回	1.70	1.00	0.93
	第2回	1.85 ↑	0.93 ↓	0.85 ↓

この結果から、電子機械科3年生(S3)の28名全員の場合は協働学習をする環境が整いやすいが、電気科1年生(E1)一般クラス16名、電子機械科1年生(S1)一般クラス14名のような苦手意識を持つ生徒が多いメンバーで構成されたクラスで実施の場合は、自分から進んで教えることは難しいため、教え合える環境設定から必要となるであることが伺える。

(2)学校の校訓や重点目標を達成するための授業

出雲工業高校の校訓は次の通りである。

- ・「誠実」自己の良心に従って真心をもって行動する
- ・「進取」自ら進んで勉強やものごとに取り組む
- ・「勤勉」一心に勉強に仕事に励むこと

また、出雲工業高校の教育目標は

「人格の完成をめざし、国家及び社会の形成者としての必要な資質を養うとともに、工業に必要な基礎的・基本的な知識、技術及び技能を身につけさせることを目標とする」

である。もし進学したい学校や就職したい企業の推薦条件が「学校長の推薦する者」ではなく「校訓を体現している生徒」「教育目標に達成している生徒」だとしたらどうだろうか。そのような生徒ほどの場面で育てていくのであろうか、教科指導では培わなくても良いのであろうか。もし教科指導が関係ないのなら、教科指導など不要ではないだろうか。数学の授業を通して人格の形成や校訓の体現をしていくことが本来の教育目標ではないかと思う。ある会社の人事担当者から「意欲があるか、そし意欲をどう伝えるか。伝え方が良くないとダメ。基本的な生活習慣もそうだが、普段の会話、特に授業での対話などを通して話すこと（伝えること）に慣れていくことも大切だと思います」とアドバイスを頂いた。数学の知識の伝達も大切だが、もう一度指導する原点に立ち帰ることも大切ではないかと思う。協働学習は校訓を体現できる生徒が育つため手がかりになるのではないかと考えている。

(3)評価

本校の重点目標の一つである「学習評価方法の検討」に対し、4つの観点のうち「関心・意欲・態度」については一斉授業より協働学習による授業の方が評価しやすいと思う。

上越教育大学の西川純先生は「アクティブ・ラーニングは部活動のイメージ」として「(部員集団を)同じ目標に向かうチームにすることです。明確な目標を与えて、それを納得させ、評価し、フィードバックを与える」と述べている。その主旨から考えれば、協働学習において明確な目標に対して生徒がどれほど主体的に取り組んでいるかどうかの姿勢を通して「関心・意欲・態度」を評価することが可能であろう。今後は「振り返りシート」を基に「関心・意欲・態度」の評価方法について検討を深めたい。

【資料1】 鋭角の三角比における $\tan A$ の値を求める方法

課題

()科()番 氏名()

$\tan A = \frac{\sqrt{5}}{2}$ のとき, $\sin A$ と $\cos A$ の値を求めよ。

エキスパート A: 定義1

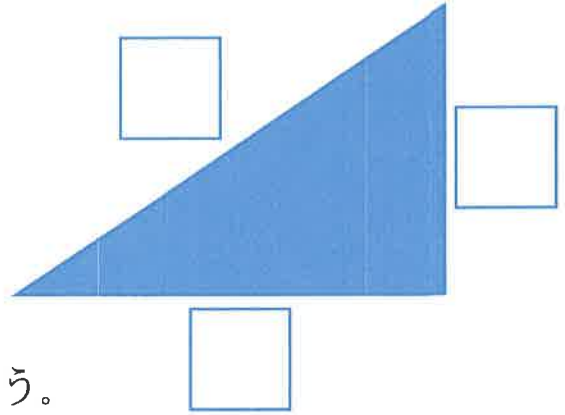
$\cos \theta$ は 「 _____ 」

よって、

$$\cos \theta = \frac{3}{5}$$

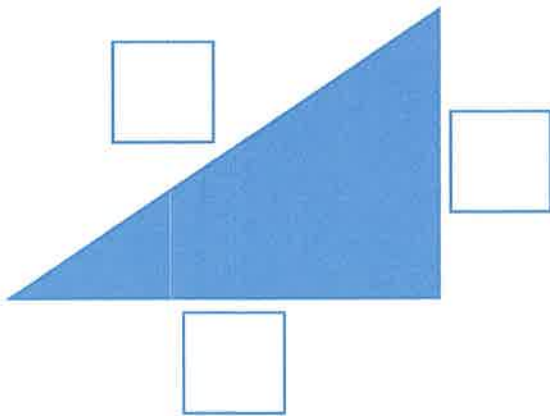
の値から、右の直角三角形の辺

について分かる値を記入してみよう。

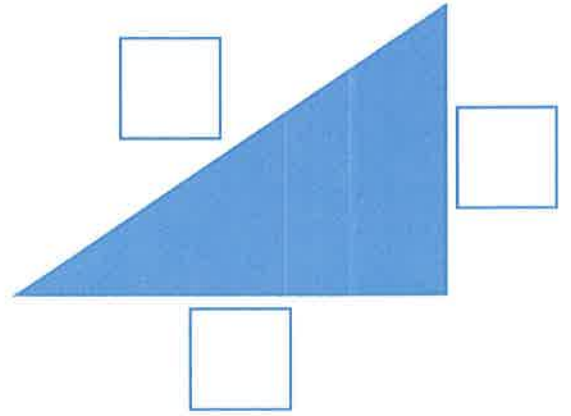


練習

(1) $\cos \theta = \frac{5}{13}$



(2) $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$



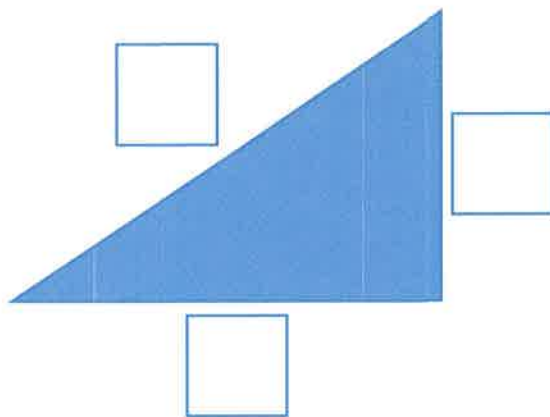
エキスパートB:定義2

$\cos \theta$ は、直角三角形の辺 r, a, b の文字から選んで表すと、

$\cos \theta =$

よって、

$\cos \theta = \frac{3}{5}$

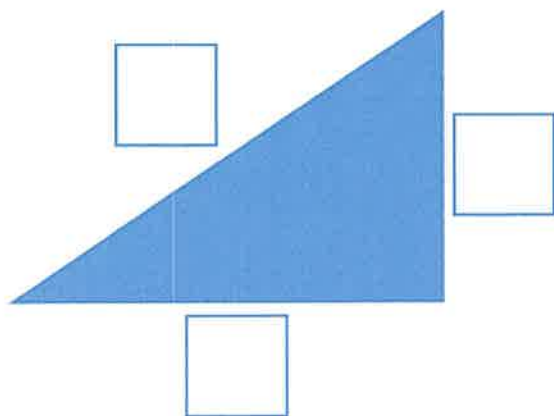


の値から、右の直角三角形の辺

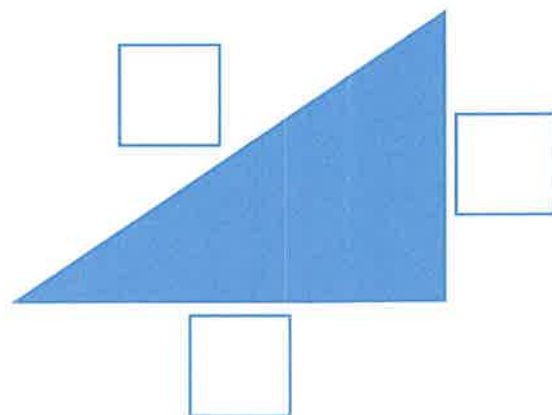
について分かる値を記入してみよう。

練習

(2) $\cos \theta = \frac{5}{13}$



(2) $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$



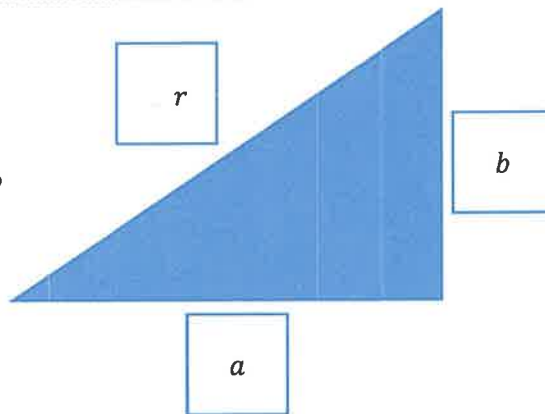
エキスパートC: ○○○の定理

直角三角形の辺 r, a, b の文字を使って _____ の定理を

用いて表すと 「 _____ = _____ 」

よって、

(1) $r = 5, a = 3$ のとき、 b を求めよ。



(2) $r = 1, a = \frac{3}{5}$ のとき、 b を求めよ。

練習

(3) $r = 13, a = 5$ のとき、 b を求めよ。

(4) $r = 1, a = \frac{5}{13}$ のとき、 b を求めよ。

【資料1】 鋭角の三角比における $\tan A$ の値を求める方法

ジグソー課題

()科()番 氏名()

$\tan A = \frac{\sqrt{5}}{2}$ のとき, $\sin A$ と $\cos A$ の値を求めよ。

追加課題

(1) $\tan A = 3$ のとき, $\sin A$ と $\cos A$ の値を求めよ。

(2) $\tan A = \sqrt{2}$ のとき, $\sin A$ と $\cos A$ の値を求めよ。

【資料2】 解法に3つのアプローチがある問題

本時の目標 $\triangle ABC$ の面積が求められるようになること

はじめに

$\triangle ABC$ において、3辺の長さが $a = 5, b = 7, c = 9$ であるとき、 $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ。

シグソー活動

$\triangle ABC$ において、3辺の長さが $a = 5, b = 7, c = 9$ であるときの $\triangle ABC$ の面積 S はどのようなアプローチで求めるといいか、エキスパート活動を基に話し合おう。

振り返り

$\triangle ABC$ において、3辺の長さが $a = 5, b = 7, c = 9$ であるとき、 $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ。

()科()番 氏名()

【資料2】 解法に3つのアプローチがある問題

()科()番 氏名()

エキスパート活動A

△ABCの3辺の長さが分かっているときの例題

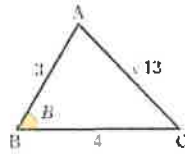
△ABCの面積を求めるときの例題(2辺1角 version)

例13 △ABCにおいて、 $a=4$ 、 $b=\sqrt{13}$ 、 $c=3$ であるとき、 $\cos B$ の値と B を求めよ。

解法 余弦定理により

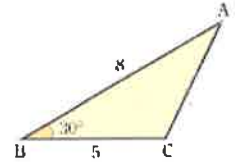
$$\begin{aligned}\cos B &= \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \\ &= \frac{3^2 + 4^2 - (\sqrt{13})^2}{2 \cdot 3 \cdot 4} \\ &= \frac{9 + 16 - 13}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

したがって $B=60^\circ$



例5 $a=5$ 、 $c=8$ 、 $B=30^\circ$ である△ABCの面積 S は

$$\begin{aligned}S &= \frac{1}{2}ca \sin B \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 10\end{aligned}$$



上の教科書の例・例題をもとに、△ABCにおいて、3辺の長さが $a=5$ 、 $b=7$ 、 $c=9$ であるとき、次のものを求めよう。

- (1) $\cos A$ (2) $\sin A$ (3) △ABCの面積 S

【資料2】解法に3つのアプローチがある問題

()科()番 氏名()

エキスパート活動B

△ABCの3辺の長さが分かっているときの例題

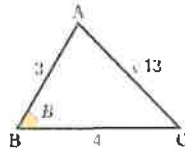
△ABCの面積を求めるとき例題(2辺1角 version)

例題 13 △ABCにおいて、 $a=4$ 、 $b=\sqrt{13}$ 、 $c=3$ であるとき、 $\cos B$ の値と B を求めよ。

解法 余弦定理により

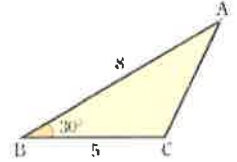
$$\begin{aligned} \cos B &= \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \\ &= \frac{3^2 + 4^2 - (\sqrt{13})^2}{2 \cdot 3 \cdot 4} \\ &= \frac{9 + 16 - 13}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

したがって $B=60^\circ$



例 5 $a=5$ 、 $c=8$ 、 $B=30^\circ$ である△ABCの面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} ca \sin B \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 10 \end{aligned}$$



上の教科書の例・例題をもとに、△ABCにおいて、3辺の長さが $a=5$ 、 $b=7$ 、 $c=9$ であるとき、次のものを求めよう。

- (1) $\cos B$ (2) $\sin B$ (3) △ABCの面積 S

【資料2】 解法に3つのアプローチがある問題

()科()番 氏名()

エキスパート活動C

△ABCの3辺の長さが分かっているときの例題

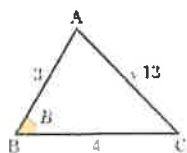
△ABCの面積を求めるとき例題(2辺1角 version)

例題 13 △ABCにおいて、 $a=4$ 、 $b=\sqrt{13}$ 、 $c=3$ であるとき、 $\cos B$ の値と B を求めよ。

解答 余弦定理により

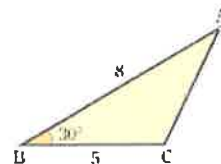
$$\begin{aligned} \cos B &= \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \\ &= \frac{3^2 + 4^2 - (\sqrt{13})^2}{2 \cdot 3 \cdot 4} \\ &= \frac{9 + 16 - 13}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

したがって $B=60^\circ$



例題 5 $a=5$ 、 $c=8$ 、 $B=30^\circ$ である△ABCの面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} ca \sin B \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 10 \end{aligned}$$



上の教科書の例・例題をもとに、△ABCにおいて、3辺の長さが $a=5$ 、 $b=7$ 、 $c=9$ であるとき、次のものを求めよう。

- (1) $\cos C$ (2) $\sin C$ (3) △ABCの面積 S

はじめに

次の2次不等式を解け。

(1) $x^2 - x - 6 \geq 0$

(2) $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

振り返り

次の2次不等式を解け。

(1) $x^2 - x - 6 \geq 0$

(2) $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

このような解が得られるのか？2次関数のグラフを基に(1)(2)の解を説明しよう。

エキスパート課題①

課題1 2次不等式の解（解2個versionと挟み打ちversion）〔読んで確認〕

次の2次不等式を解け。

(1) $x^2 - x - 6 \geq 0$

(2) $x^2 - 2x - 4 < 0$

【解答】

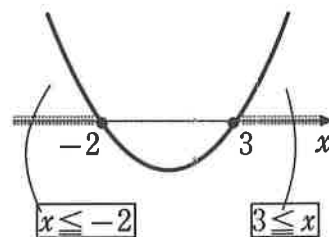
(1) $x^2 - x - 6 = 0$ を解くと

$$(x+2)(x-3) = 0$$

$$x = -2, 3$$

よってグラフより、2次不等式 $x^2 - x - 6 \geq 0$ の解は

$$\underline{x \leq -2, 3 \leq x}$$



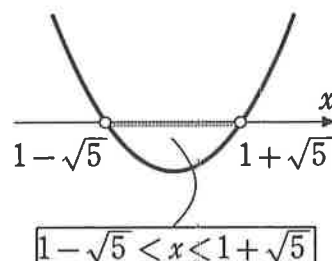
(2) $x^2 - 2x - 4 = 0$ を解くと

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

よってグラフより、2次不等式 $x^2 - 2x - 4 < 0$ の解は

$$\underline{1 - \sqrt{5} < x < 1 + \sqrt{5}}$$



課題2 2次不等式の解（特別な解①）〔読んで理解〕

2次不等式 $x^2 - 2x + 1 > 0$ を解け

【解答】 $x^2 - 2x + 1 = 0$ を解くと

$$(x-1)^2 = 0 \text{ より } x = 1$$

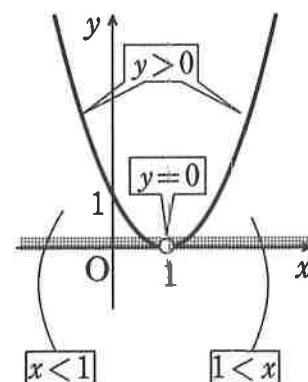
よってグラフは右図のようにx軸と点(1, 0)で接する

ので、2次不等式 $x^2 - 2x + 1 > 0$ の解は

$$\underline{x < 1, 1 < x}$$

(または $x \neq 1$)

(または 1以外のすべての実数)



課題3 シグソー課題に向けて

2次不等式 $x^2 - 2x + 1 > 0$ の解が $x < 1, 1 < x$ (または $x \neq 1$ または 1以外のすべての実数) となる理由を課題1を基に説明できるよう、班で協働学習しよう。

エキスパート課題②

課題1 2次不等式の解（解2個versionと挟み打ちversion）〔読んで確認〕

次の2次不等式を解け。

(1) $x^2 - x - 6 \geq 0$

(2) $x^2 - 2x - 4 < 0$

解答

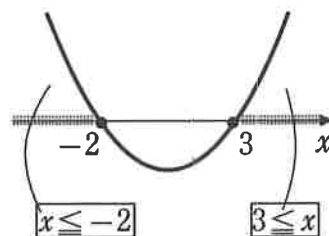
(1) $x^2 - x - 6 = 0$ を解くと

$$(x+2)(x-3) = 0$$

$$x = -2, 3$$

よってグラフより、2次不等式 $x^2 - x - 6 \geq 0$ の解は

$$x \leq -2, 3 \leq x$$



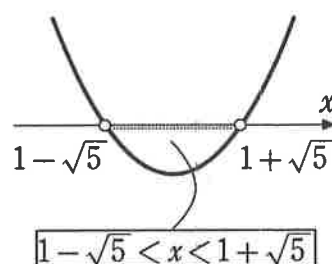
(2) $x^2 - 2x - 4 = 0$ を解くと

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

よってグラフより、2次不等式 $x^2 - 2x - 4 < 0$ の解は

$$1 - \sqrt{5} < x < 1 + \sqrt{5}$$



課題2 2次不等式の解（特別な解②）〔読んで理解〕

2次不等式 $x^2 - 2x + 1 < 0$ を解け

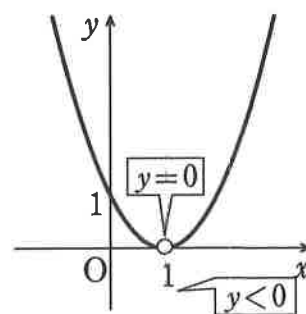
解答 $x^2 - 2x + 1 = 0$ を解くと

$$(x-1)^2 = 0 \text{ より } x = 1$$

よってグラフは右図のようにx軸と点(1, 0)で接する

ので、2次不等式 $x^2 - 2x + 1 < 0$ の解は

なし



課題3 シグソー課題に向けて

2次不等式 $x^2 - 2x + 1 < 0$ の解が なし となる理由を課題1を基に説明できるよう、班で協働学習しよう。

エキスパート課題③

課題1 2次不等式の解（解2個versionと挟み打ちversion）〔読んで確認〕

次の2次不等式を解け。

(1) $x^2 - x - 6 \geq 0$

(2) $x^2 - 2x - 4 < 0$

【解答】

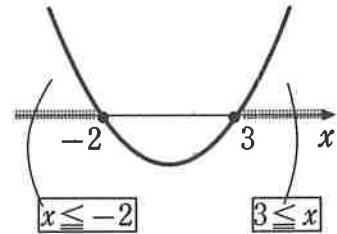
(1) $x^2 - x - 6 = 0$ を解くと

$$(x+2)(x-3) = 0$$

$$x = -2, 3$$

よってグラフより、2次不等式 $x^2 - x - 6 \geq 0$ の解は

$$x \leq -2, 3 \leq x$$



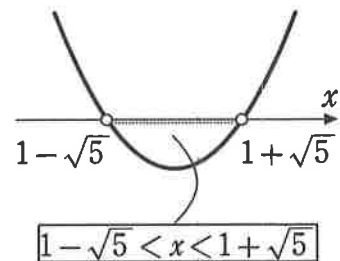
(2) $x^2 - 2x - 4 = 0$ を解くと

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

よってグラフより、2次不等式 $x^2 - 2x - 4 < 0$ の解は

$$1 - \sqrt{5} < x < 1 + \sqrt{5}$$



課題2 2次不等式の解（特別な解③）〔読んで理解〕

2次不等式 $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ を解け

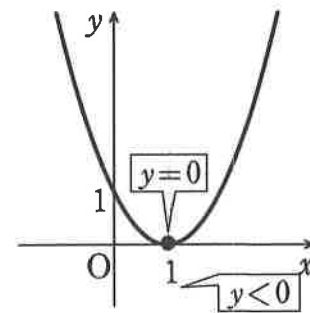
【解答】 $x^2 - 2x + 1 = 0$ を解くと

$$(x-1)^2 = 0 \text{ より } x = 1$$

よってグラフは右図のようにx軸と点(1, 0)で接する

ので、2次不等式 $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ の解は

$$x = 1$$

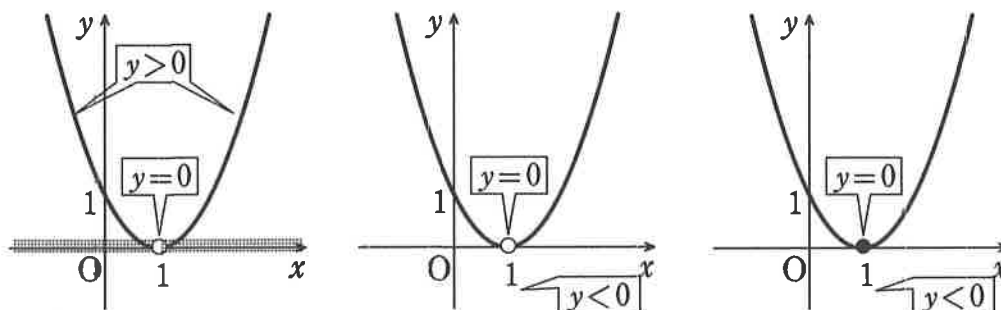


課題3 シグソー課題に向けて

2次不等式 $x^2 - 2x + 1 < 0$ $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ の解が $x = 1$ となる理由を課題1を基に説明できるよう、班で協働学習しよう。

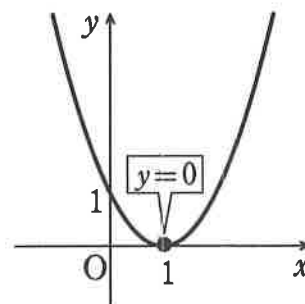
ジグソー課題 その1

エキスパート課題① 2次不等式 $x^2 - 2x + 1 > 0$
エキスパート課題② 2次不等式 $x^2 - 2x + 1 < 0$
エキスパート課題③ 2次不等式 $x^2 - 2x + 1 \leq 0$
の解の求め方について、各班で説明し合い、理解を共有しよう。



ジグソー課題 その2

上の課題を理解した上で、2次不等式 $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ を解こう。



ジグソー課題 その3

上の課題を理解したら、2次不等式 $x^2 - 6x + 10 \geq 0$ を考えてみよう。

練習問題 教科書p30 次の2次不等式を解け。

(1) $x^2 - 6x + 9 > 0$

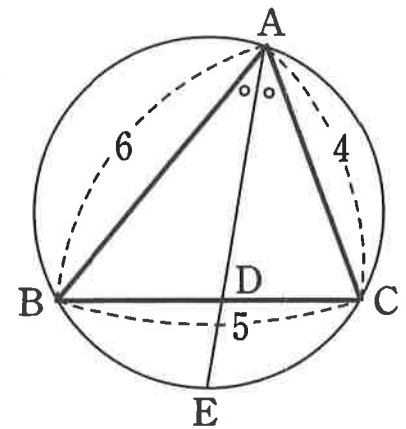
(2) $x^2 + 10x + 25 \geq 0$

(3) $4x^2 + 4x + 1 < 0$

(4) $9x^2 - 12x + 4 \leq 0$

プレ問題

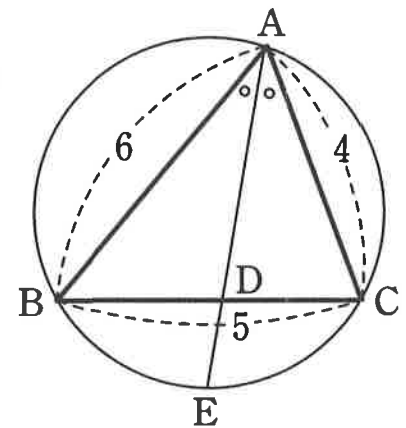
AB=6, BC=5, CA=4 とする△ABCの∠Aの二等分線と辺BCとの交点をD, △ABCの外接円との交点をEとする。このとき、線分ADの値を求めよ。



振り返り問題

AB=6, BC=5, CA=4 とする△ABCの∠Aの二等分線と辺BCとの交点をD, △ABCの外接円との交点をEとする。このとき、線分ADの値を求めよ。

途中経過も正しく記入すること。

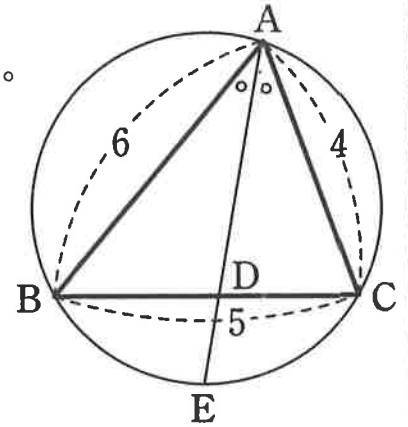


振り返り

- ・線分ADを導く流れについて理解できましたか？（あてはまる数字に○をつけましょう）
 - 4 理解して、次に同じ問題が出題されても導ける自信がある
 - 3 理解したが、次に同じ問題が出題されたときに導けるかどうかは不安がある。
 - 2 あまり理解できなかったが、次に同じ問題が出題された場合は何かしらの記述はできる。
 - 1 理解できなかったので、次に出題されても全く記述できない。
- ・協働学習の目標『説明する』『対話する』『協力する』に取り組めましたか？（あてはまる数字に○をつけましょう）
 - 4 取り組めた 3 やや取り組めた 2 あまり取り組めなかった 1 取り組めなかった
- ・今日の授業の感想を書いて下さい。

目標の課題

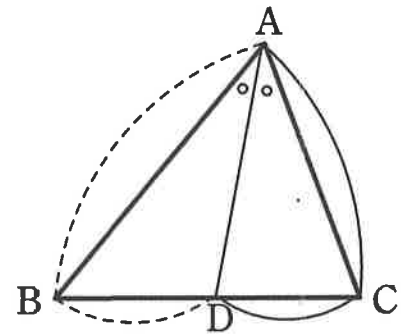
AB=6, BC=5, CA=4 とする△ABCの ∠A の二等分線と辺 BC との交点を D, △ABC の外接円との交点を E とする。このとき, 線分 AD の値を求めよ。



エキスパート活動A ポイント 『∠A の二等分線』

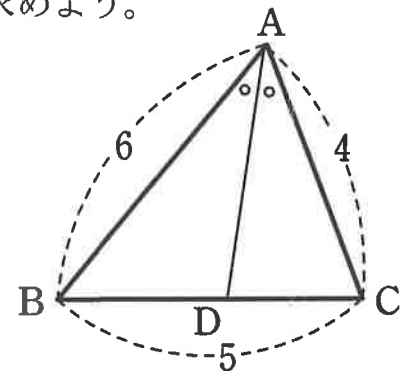
△ABCの∠Aの二等分線と辺BCの交点をDとすると

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$



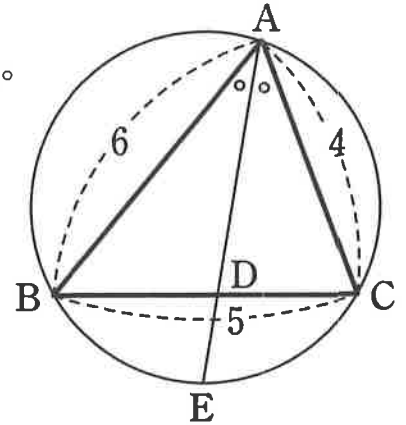
[課題] この性質を利用して、右の図に対して、次の値を求めよう。

- (1) BD:DC
- (2) BCの長さ
- (3) CDの長さ



目標の課題

$AB=6$, $BC=5$, $CA=4$ とする $\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D , $\triangle ABC$ の外接円との交点を E とする。
このとき、線分 AD の値を求めよ。

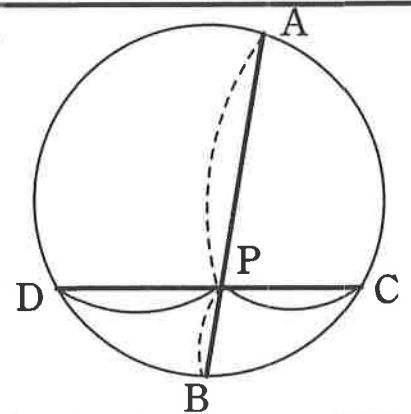


エキスパート活動B ポイント 『1点を通る2直線が円と交わる』

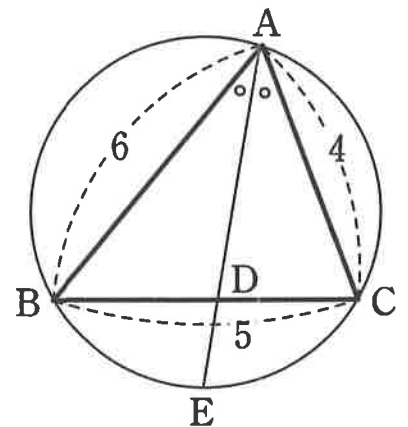
点 P を通る 2 直線と円の交点が A, B そして C, D であるとき

=

この定理を _____ という。

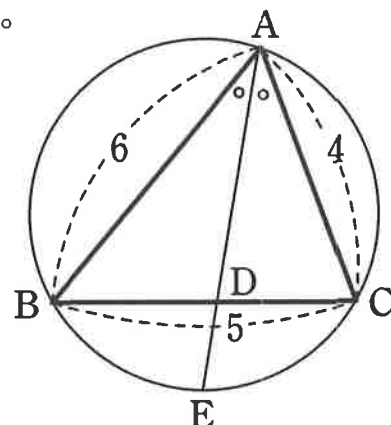


[課題] 右の図に対して上の定理はどの線分で使えるか
考え、立式しよう。



目標の課題

AB=6, BC=5, CA=4 とする△ABCの∠Aの二等分線と辺BCとの交点をD, △ABCの外接円との交点をEとする。このとき、線分ADの値を求めよ。



エキスパート活動C ポイント 『相似な三角形』

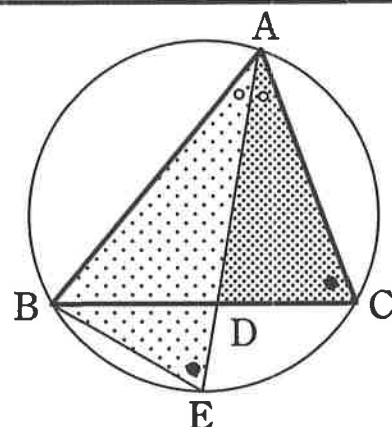
△ABE と △ADC において

$$\angle BAE = \angle CAD \quad (\text{仮定})$$

$$\angle AEB = \angle ACD \quad (\text{円周角の定理})$$

よって

$$\triangle ABE \sim \triangle ADC$$



[課題] △ABE \sim △ADC を基に以下を求めよ。

(1) 相似比から $AB : AD = AE : AC$ が成り立つ。

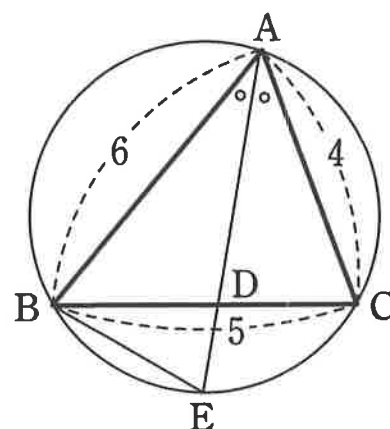
この比から成り立つ式を答えよ。

(2) (1) の式に $AE = AD + DE$ を代入し、

$$AD^2 = AB \cdot AC - AD \cdot DE$$

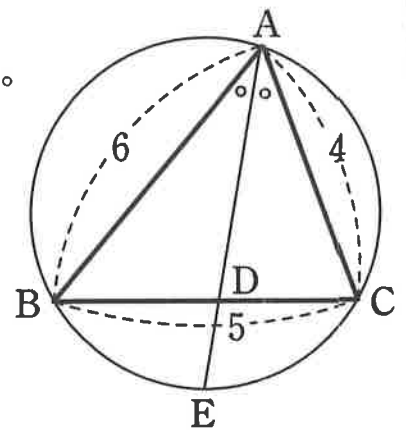
になることを説明せよ。

(3) (2) の式に $AB=6, AC=4$ を代入せよ。



目標の課題

$AB=6$, $BC=5$, $CA=4$ とする $\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D , $\triangle ABC$ の外接円との交点を E とする。このとき、線分 AD の値を求めよ。



ジグソー課題

エキスパート活動A, B, Cでの内容をお互いに確認し合い、上の課題を協働で解決しよう。
ADを求めるための途中式も書こう。

数学科学習指導案

島根県立出雲工業高等学校

教諭 柳樂 淳一

1. 日時 平成28年9月16日(金) 4限 11:50~12:40
2. 対象 電気科1年41名(男子のみ) (授業は視聴覚教室で実施)
3. 科目 数学I(教科書「最新 数学I」(数研出版))
4. 単元 図形と計量「正弦定理」
5. 基盤

・教材観 工業に関する専門科目では、三角関数に関する知識が必要となる事項が多くある。そのため、本校では1年次で図形と計量、2年次で三角関数を年度当初から指導することとし、専門科目の学習の円滑化を図っている。また製造業の業務でも生産工程で三角関数の知識が活かされる場面があると伺っている。実社会で活かせる重要な単元であることを念頭に、三平方の定理や円周角の定理などの中学校で既習の内容について復習しながら生徒への興味関心を引きよせ、学習意欲が湧くような授業展開を心がけたい。

・生徒観

・指導観 正弦定理は3つの「=」でつながる6つの式の「融合体」である。従って、正弦定理を活用する場合は、この6つの式から2つを選べばよい。しかし教科書ではこの「融合体」で掲載されているため、実際に活用する式と定理の式で形が異なることから、生徒にとっては慣れるまでに難しく感じてしまう。正弦定理を指導する場合、最初に結論の式を板書し、それが証明されたら便利だという印象を付けてから証明することが多かった。しかしそれでは前述の解決には至らない。その解決のためには、生徒自身が正弦定理を立式できるような授業展開をすることで、2つを取り出し「=」で結ぶだけであることが印象付けられるのではないかと考えた。本時では「知識構成型ジグソー法」を用いたアクティブラーニング型授業によって生徒の自主性を促し、正弦定理が活用できる下地を作っておきたい。なお、1年生は数Aを3年次に履修するため「内接する四角形の対角の和が 180° 」は指導していない。そのため鈍角三角形の場合の証明は省略することとする。

また、本校のスローガン「明るく・元気に・たくましく」を授業の中でも展開できるように、アクティブラーニングの際は「話し合う・説明する・協力する・貢献する」を意識させたい。

6. 単元目標

三角比の意味やその基本的な性質について理解し、三角比を用いた計量の考えの有用性を認識するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにする。

7. 本時目標および評価

- ・正弦定理を協働学習により立式することができる・【興味・関心・意欲】【数学的な見方・考え方】
- ・正弦定理が利用できる条件を理解することができる
- ・・・・・・・・【数学的な見方・考え方】【知識・理解】【数学的な技能】

8. 単元計画

節	項目	指導事項〔評価規準〕	時間
第一節 三角比	1. 鋭角の三角比	斜辺, 対辺, 隣辺 [知] 直角三角形の鋭角 A における $\sin A, \cos A, \tan A$. [技] $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ の三角比の値 [見] 三角比の表の見方 [技]	2
	2. 三角比の応用	直角三角形 ABC の辺と三角比の関係 [見] 三角比の表を利用した応用問題の解法 . . . [興] [技]	1
	3. 三角比の相互関係	鋭角 A における三角比の相互関係(1)~(3) . [見] [技] (1) $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ (2) $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ (3) $1 + \tan^2 A = \frac{1}{\cos^2 A}$ (1)(2)(3)の利用 [技] $90^\circ - A$ の三角比 [技]	2
	4. 三角比の拡張	$\theta (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ)$ の三角比の定義 [見] $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ の三角比の値 [見] $120^\circ, 135^\circ, 150^\circ$ の三角比の値 [見] 三角比の符号 [見] $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ における三角比の相互関係(4)~(6) . [興] (4) $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ (5) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ (6) $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ (4)(5)(6)の利用 [技] $180^\circ - A$ の三角比 [技] $180^\circ - A$ の三角比を利用した鈍角の三角比 . . . [技]	3
	5. 三角比が与えられたときの角	三角比が与えられたときの角 [関] [技]	1
	練習問題 A・B		1
第二節 正弦定理・余弦定理	6. 正弦定理	$\triangle ABC$ の辺の長さや角の大きさの表し方 [見] 三角形の外接円の定義 [見] 《本時→》 正弦定理の証明 [興] [見] 正弦定理を利用した外接円の半径の求め方 . [技] [知] 正弦定理を利用した三角形の解法 [技] [知]	2
	7. 余弦定理	余弦定理の証明 [興] [見] 余弦定理の利用 [興] [見] 3辺の長さから角の大きさを求める [技] [知]	2

《研究授業①》正弦定理の立式

	8. 三角形の面積	三角形の面積を求める公式・・・・・・・・〔興〕〔見〕 3辺の長さが与えられた三角形の面積・・・・〔技〕〔知〕	1
	9. 図形と計量	四角形の辺・角・面積の求め方・・・・・・・・〔技〕〔知〕 空間図形における三角比の応用・・・・・・・・〔見〕〔技〕	2
	練習問題A・B		1
問題・発展			1

9. 本時の学習計画

展開(分)	学習内容および活動	支援等
事前	<ul style="list-style-type: none"> △ABCの辺の長さや角の大きさの表し方 三角形の外接円の定義 	<ul style="list-style-type: none"> 左の2つの事項については前時までに生徒に説明しておく
復習 (5)	<ul style="list-style-type: none"> 上記の2項目 有名角の三角比の値 など 	<ul style="list-style-type: none"> 座席表を提示しておく ICTを活用して復習する
導入 (5)	「正弦定理とは何ですか」	正弦定理という名称から思い浮かぶことから調査。後日の同一アンケートから関心意欲態度の評価に繋げる
展開 (15)	<p>エキスパート活動</p> <p>エキスパートA 2Rをsin Aとaで表す エキスパートB 2Rをsin Cとcで表す エキスパートC sin Aとa, sin Bとbの関係式を示す</p>	<p>評価「正弦定理の立式」〔興〕</p> <ul style="list-style-type: none"> エキスパート活動を支援する。極力教員の介入はしない。活動が滞った場合は復習1, 復習2の内容を参考に促す。
展開 (20)	<p>ジグソー活動</p> <p>ジグソー課題1 正弦定理の式</p> <p>ジグソー課題2 正弦定理利用の可否 ジグソー課題3 正弦定理の利用条件 ジグソー課題4 正弦定理の活用(時間があれば)</p> <p>※ジグソー課題5は宿題</p>	<ul style="list-style-type: none"> 座席表を提示して座席を移動させる。 ジグソー課題プリントを配布し、課題1を話し合い、その後2～3班が発表する 評価「正弦定理の立式」〔見〕 正弦定理を活用する場合は、この6つの式から2つを選ばばよいことを確認する 評価「正弦定理の活用」〔見〕 評価「正弦定理の活用」〔見〕〔技〕 課題2, 3を通して「対辺と対角」「外接円の半径」「2角1辺」などが正弦定理の活用につながることを印象付けたい。 活動状況に応じてジグソー課題2, 3, 4の順番を入れ替える
振返 (5)	振り返りシートに感想等を記入させる	振り返りシートの配布, 回収 宿題(課題4, 5の指示)

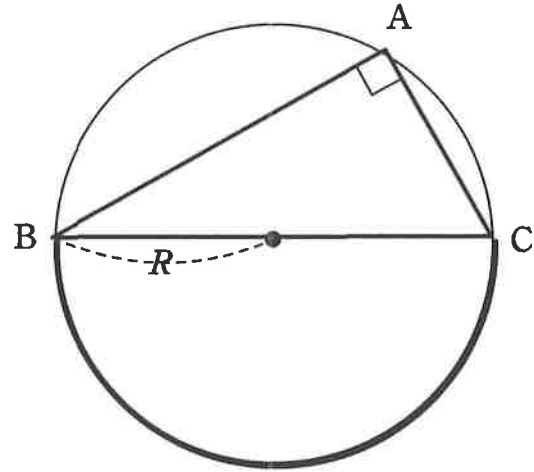
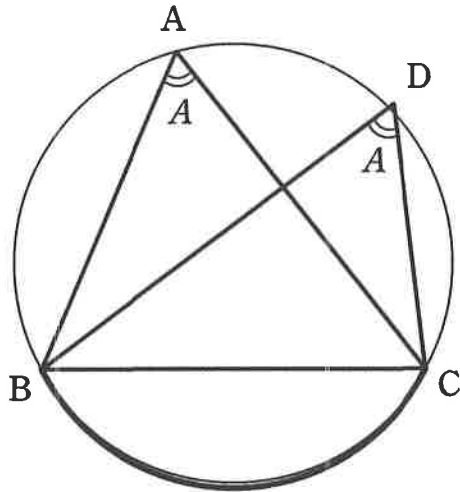
10. 参考資料 協働学習「知識構成型ジグソー法」による授業のみかた(東京大学 CoREF)

正弦定理の証明 エキスパートA $2R$ を $\sin A$ と a で表す

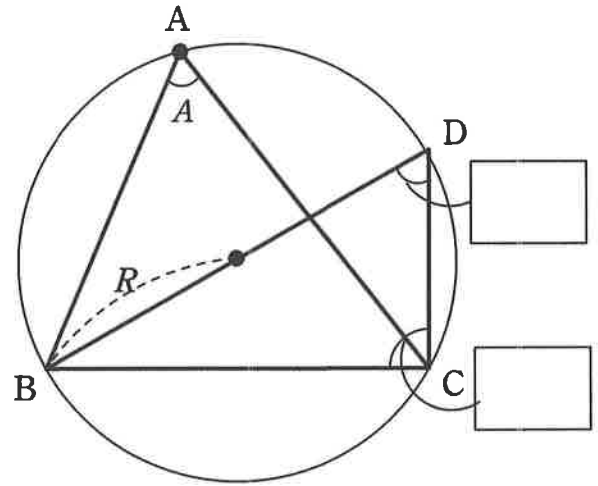
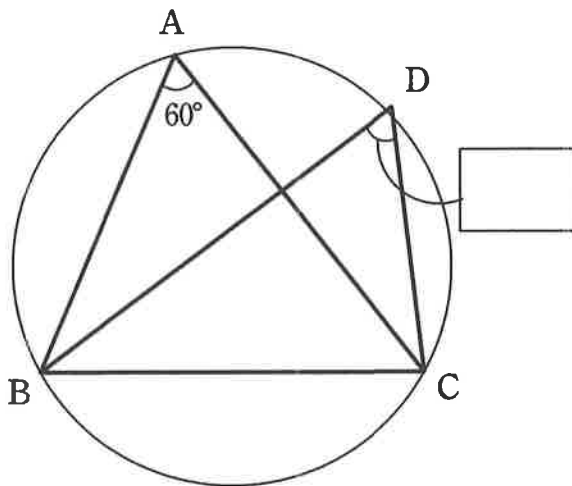
復習1 円周角の定理

「1つの弧に対する円周角は一定である」

「半円周に対する円周角の大きさは 90° である」



【練習1】 口に適切な角度の文字(A, B, Cのいずれか) または数値を答えよ。

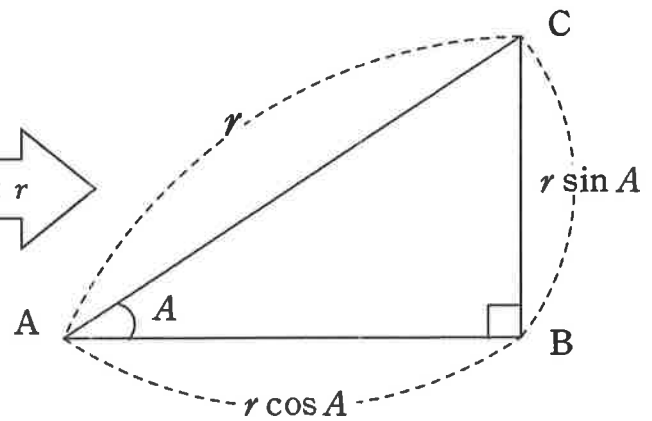
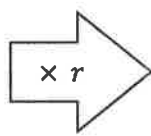
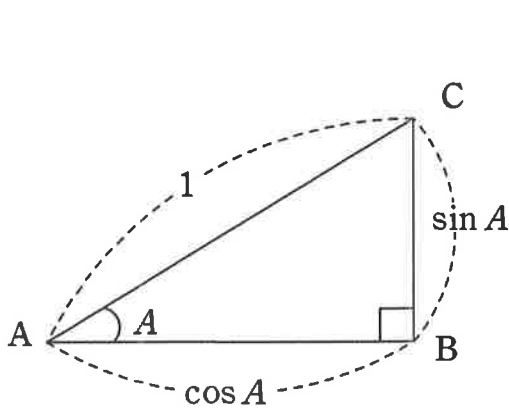


復習2 三角比の定義

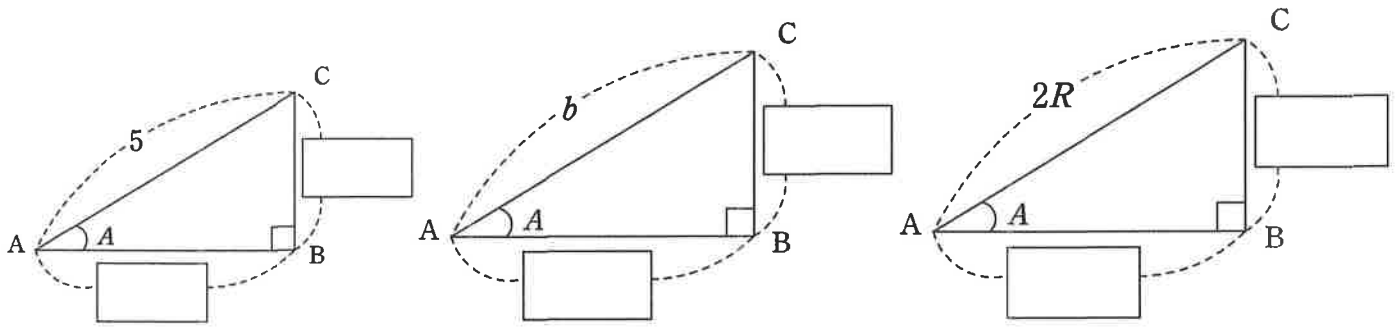
「直角三角形の斜辺を1とするときの定義」



「斜辺を r 倍したときの対辺と隣辺の長さ」



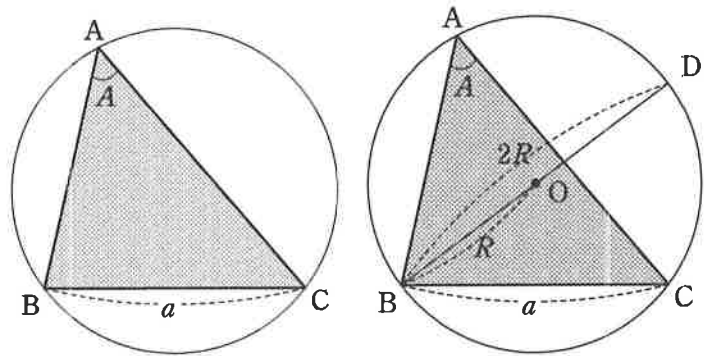
【練習 2】 辺AB, BC の長さを $\sin A, \cos A$ を使って表せ。



エキスパート A 課題 2R を $\sin A$ と a で表す

〔※復習 1, 復習 2 の知識を活かすこと〕

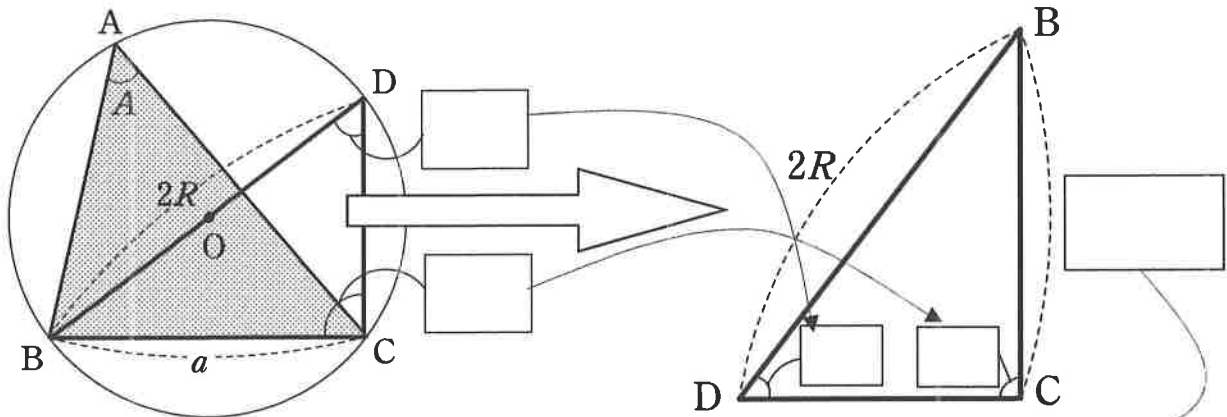
上のような $\angle A$ の大きさが鋭角である $\triangle ABC$ と半径の長さを R とする外接円 O を考える。また、点 B を通る直径を BD とする。



(1) 点 D から点 C に線をひく。このとき $\angle BDC, \angle BCD$ の値を記入せよ。

(2) $\triangle BCD$ を取り出す。

辺 BC の長さを, $\sin A, \cos A$ のいずれかを使って記入せよ。



(3) $BC=a$ より $a =$ となるので, この式を変形して $2R$ を $\sin A$ と a で表すと

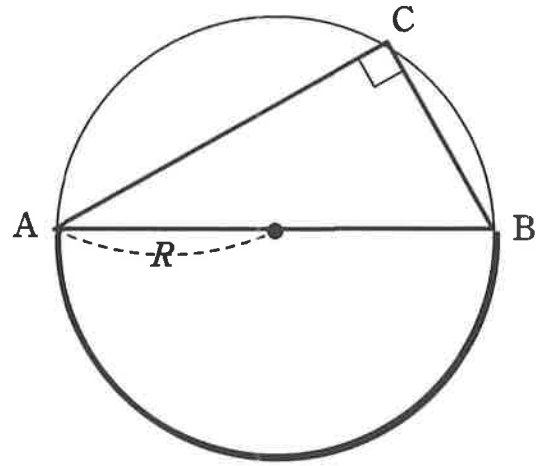
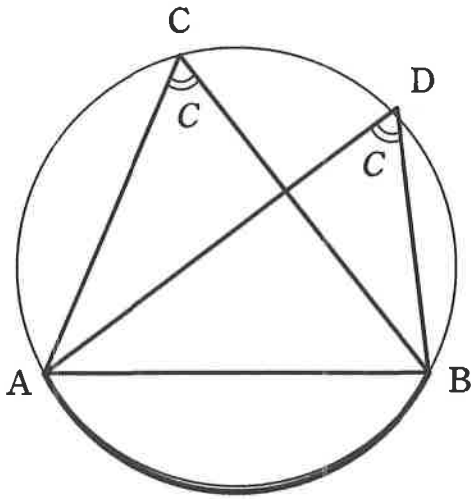
$$2R =$$

正弦定理の証明 エキスパートB $2R$ を $\sin C$ と c で表す

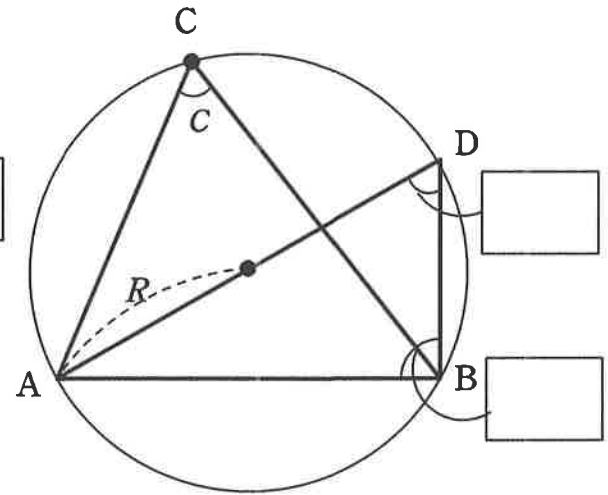
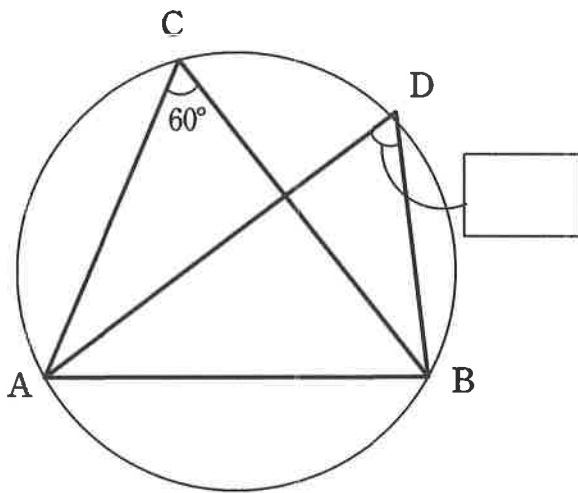
復習1 円周角の定理

「1つの弧に対する円周角は一定である」

「半円周に対する円周角の大きさは 90° である」



【練習1】 □に適切な角度の文字(A, B, Cのいずれか) または数値を答えよ。

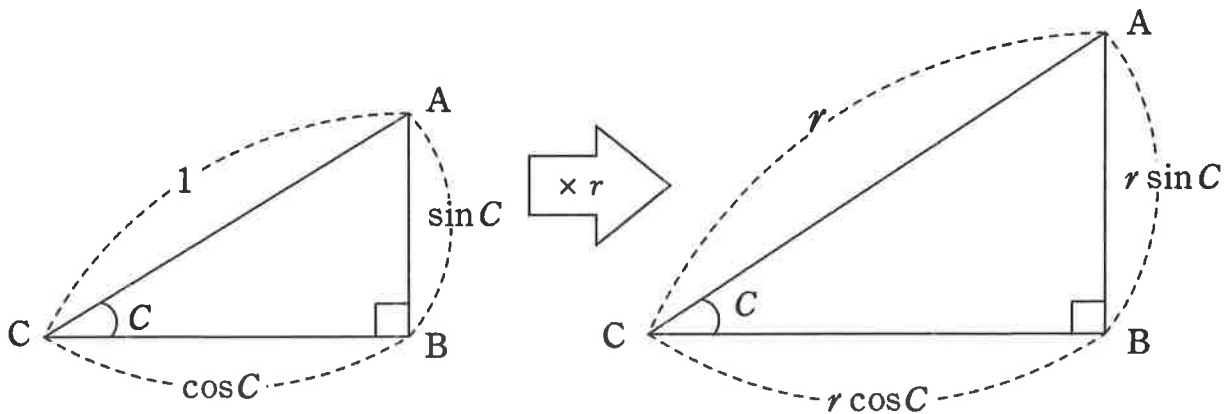


復習2 三角比の定義

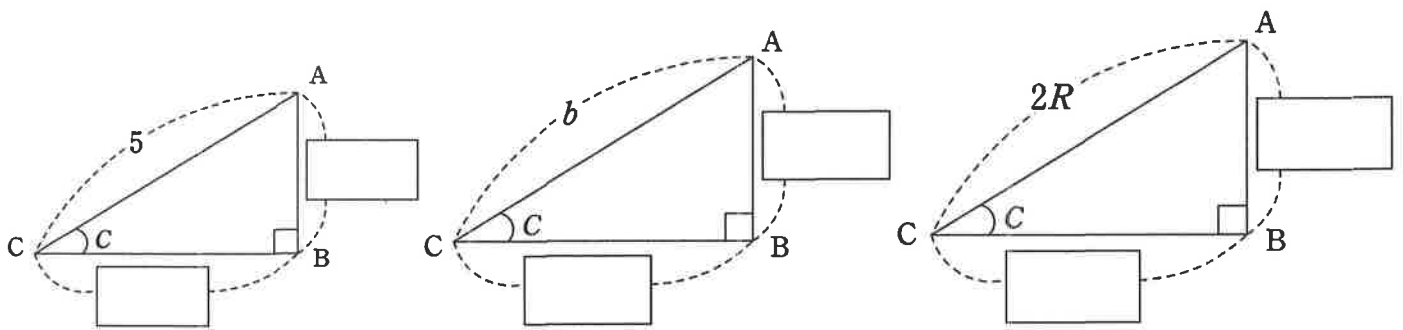
「直角三角形の斜辺を1とするときの定義」



「斜辺を r 倍したときの対辺と隣辺の長さ」



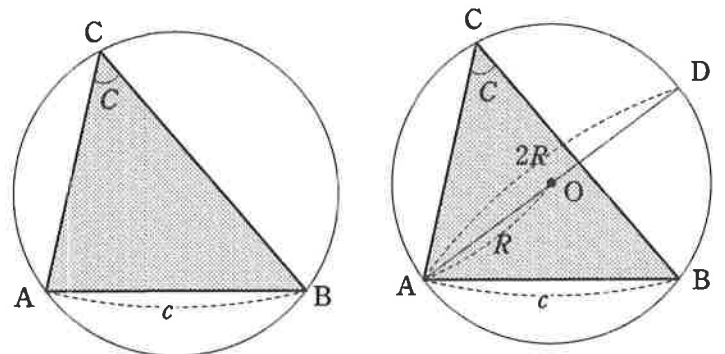
【練習 2】 辺AB, BC の長さを $\sin C, \cos C$ を使って表せ。



エキスパートB 課題 2Rを $\sin C$ と c で表す

〔※復習1, 復習2の知識を活かすこと〕

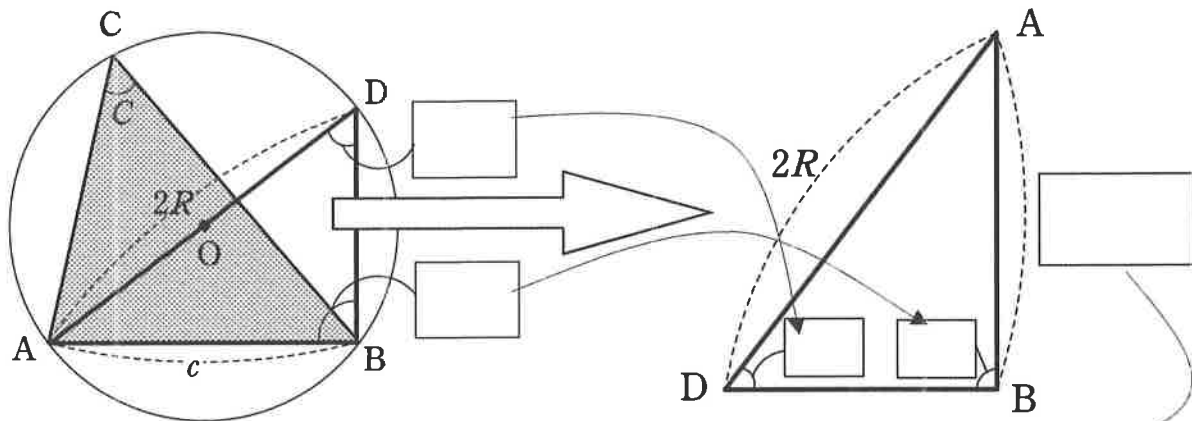
上のような $\angle C$ の大きさが鋭角である $\triangle ABC$ と半径の長さを R とする外接円 O を考える。また、点 B を通る直径を BD とする。



(1) 点 D から点 C に線をひく。このとき $\angle ADB, \angle ABD$ の値を記入せよ。

(2) $\triangle ABD$ を取り出す。

辺 AB の長さを, $\sin C, \cos C$ のいずれかを使って記入せよ。



(3) $AB=c$ より $c =$ となるので、この式を変形して $2R$ を $\sin C$ と c で表すと

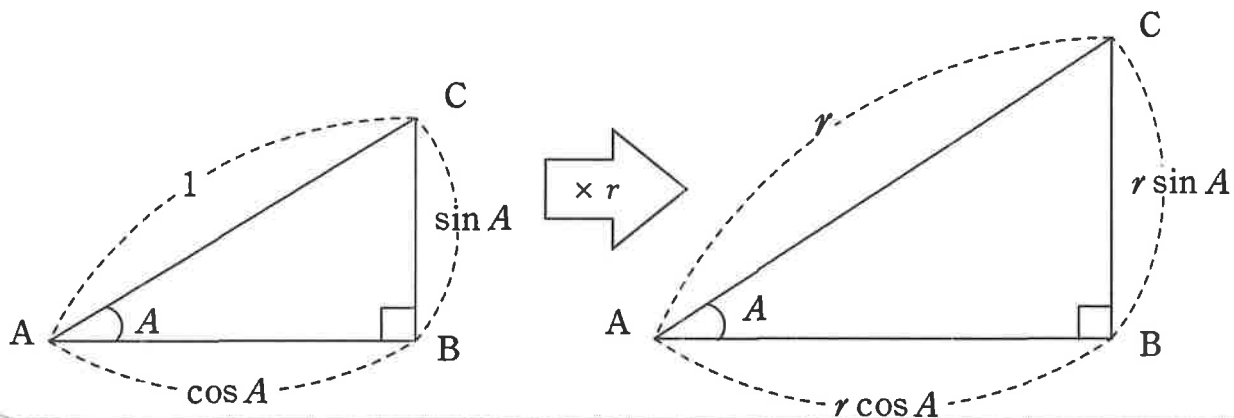
$$2R =$$

正弦定理の証明 エキスパート C $\sin A$ と a , $\sin B$ と b の関係式を示す

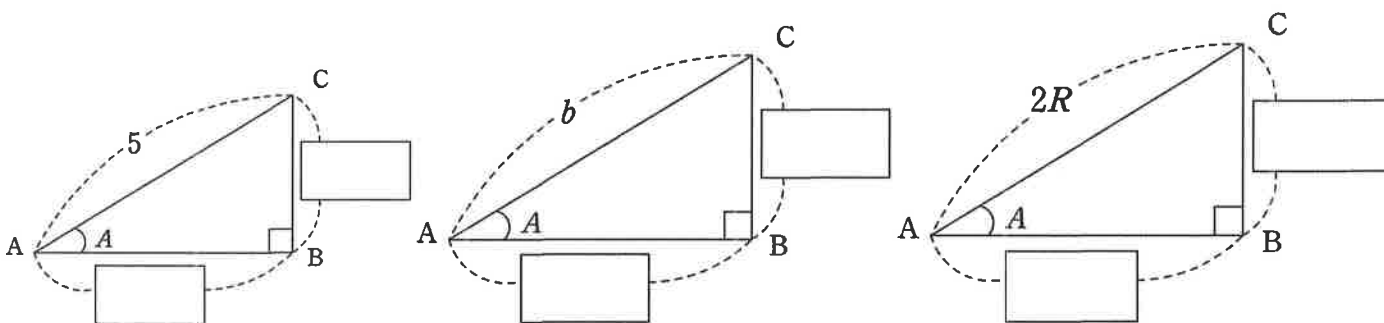
復習1 三角比の定義 (鋭角 A version)

「直角三角形の斜辺を1とするときの定義」

「斜辺を r 倍したときの対辺と隣辺の長さ」



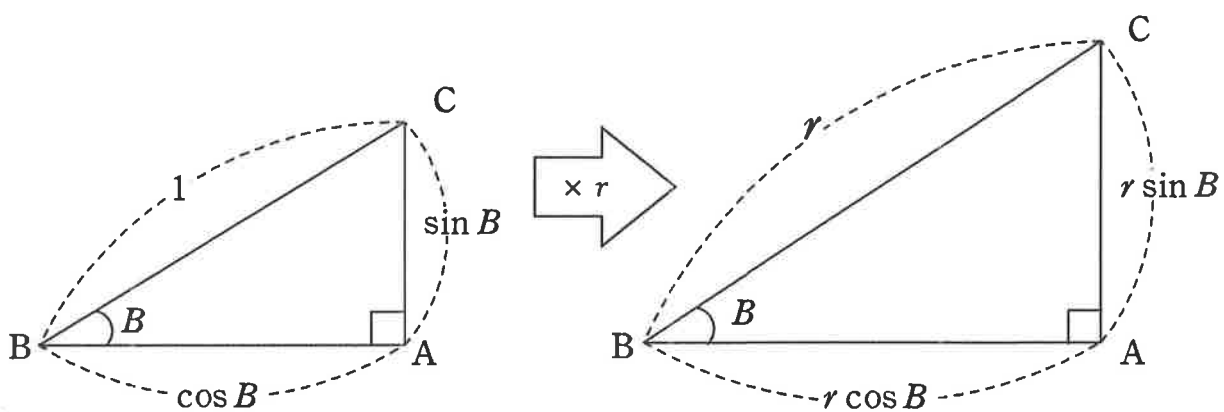
【練習1】 辺AB, BC の長さを $\sin A$, $\cos A$ を使って表せ。



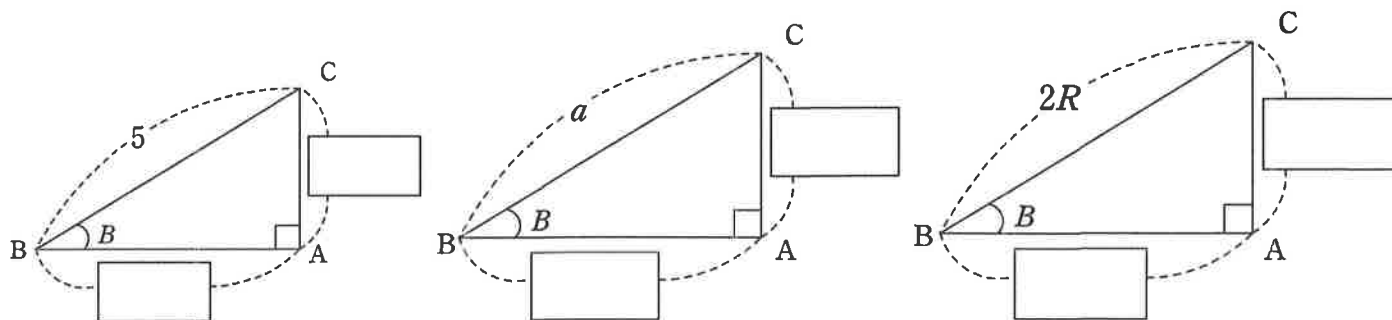
復習2 三角比の定義 (鋭角 B version)

「直角三角形の斜辺を1とするときの定義」

「斜辺を r 倍したときの対辺と隣辺の長さ」



【練習2】 辺AB, AC の長さを $\sin B$, $\cos B$ を使って表せ。

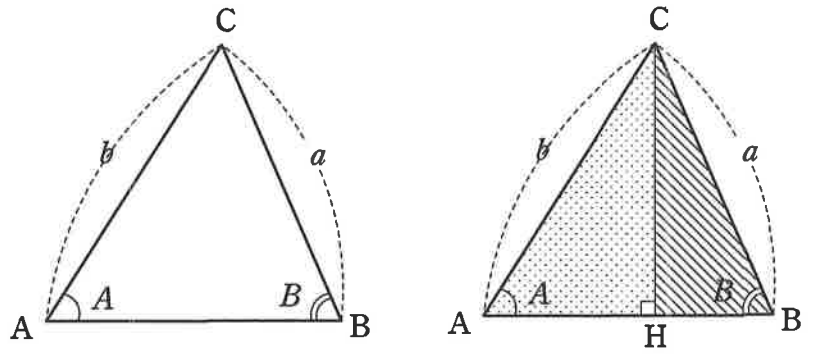


エキスパートC課題 $\sin A$ と a , $\sin B$ と b の関係式

〔※復習1, 復習2の知識を活かすこと〕

右のような $\angle A, \angle B$ の大きさが鋭角である $\triangle ABC$ がある。

また, 点Cか対辺ABに下ろした垂線の交点をHとする。

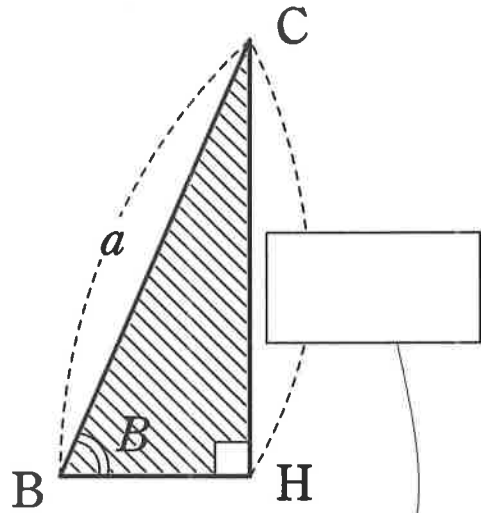
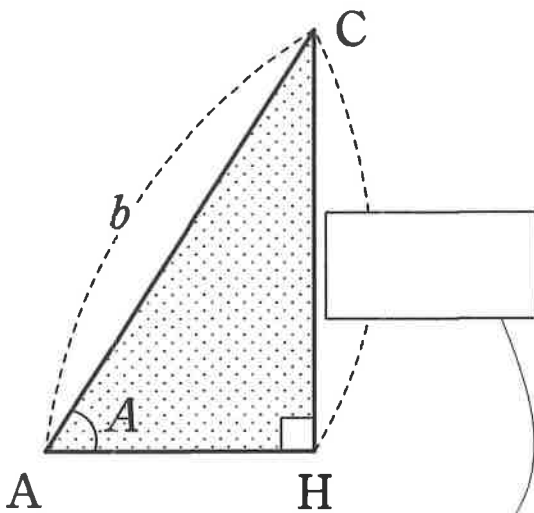


(1) $\triangle ACH$ を取り出す。

辺CHの長さを, $\sin A, \cos A$ のいずれかを使って記入せよ。

(2) $\triangle BCH$ を取り出す。

辺CHの長さを, $\sin B, \cos B$ のいずれかを使って



'3) (1)(2)のCHは共通しているので

$$\boxed{} = \boxed{}$$

両辺を $\frac{1}{\sin A \sin B}$ 倍すると

$$\boxed{} \times \frac{1}{\sin A \sin B} = \boxed{} \times \frac{1}{\sin A \sin B}$$

$$\boxed{} = \boxed{}$$

となり, $\sin A$ と $a, \sin B$ と b の関係式が導かれる。

正弦定理の証明 ジグソー課題 正弦定理の式

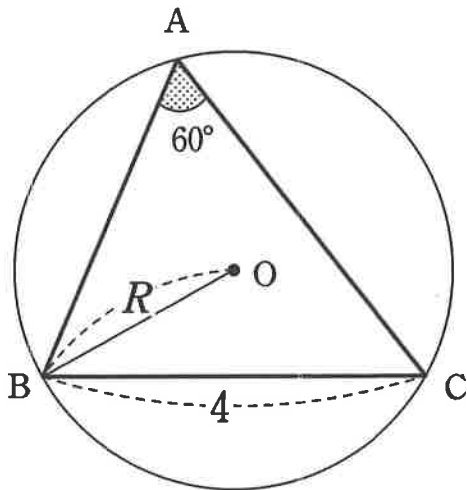
エキスパート A, B, C の課題から**正弦定理の式**はどのように表されるのか話し合い、班の意見をまとめよう。

話し合っ出た正弦定理の式 【 班】

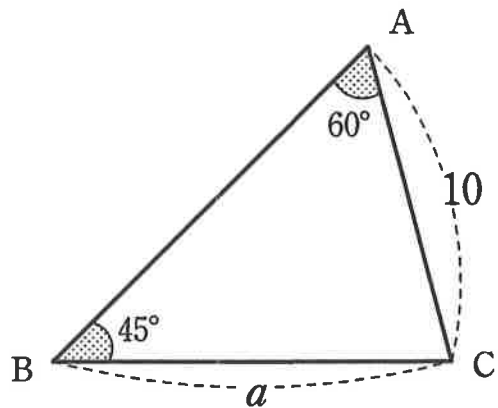
クロストーク 正弦定理利用の可否

次の図(1)~(4)の中で、**正弦定理が利用できそうなものはどれか**を話し合い、班の意見をまとめよう
 ただし、値まで求める必要はありません。

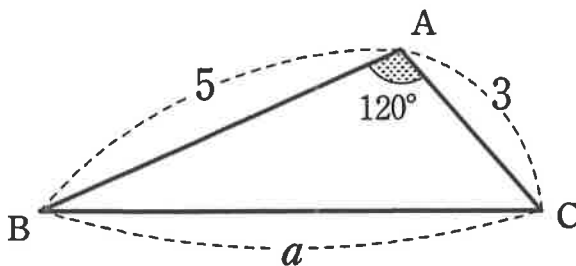
(1) R を求める



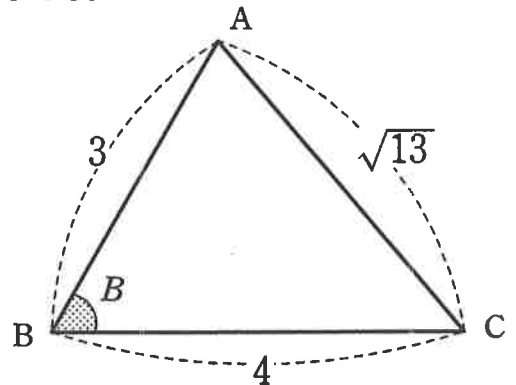
(2) a を求める



(3) a を求める。



(4) B を求める。



ジグソー課題 1 の正弦定理が利用できる図

ジグソー課題3 正弦定理の利用条件

ジグソー課題1, 課題2から, $\triangle ABC$ においてなぜ正弦定理が利用できるのか, あるいはなぜ正弦定理が利用できないのか, できる図とできない図では何が違うのか。利用できるための条件を話し合おう。

ジグソー課題4 正弦定理の活用

ジグソー課題2で正弦定理が利用できるものについては, その値を求めよう。

ジグソー課題5 正弦定理の利用ができないとき

ジグソー課題2において正弦定理が利用できない場合はどうすればよいか, 考えてみよう。

今日は「(△ABC)の正弦定理」

- ・『エキスパートA、B、C(10分)』
練習1, 練習2, エキスパート課題
- ・『ジグソー課題(10分)』
発表あり
正弦定理の式を導こう
正弦定理はどんな時に利用?

本日も **ジグソー活動** を行います。協働して課題を解決していきましょう。

協働活動目標

- ・話し合う
- ・説明する
- ・協力する
- ・貢献する

※教員には極力質問しない

$\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ とは
(斜辺を1倍する)

角度は左 直角は右

円周角の定理

(△ABCにおける)正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \quad \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\frac{b}{\sin B} = 2R$$

(△ABCにおける)正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \quad \frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A}$$

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

(△ABCにおける)正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \quad \frac{b}{\sin B} = 2R \quad \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \quad \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad \frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A}$$

三角形の合同条件

- ・ 2つの角とその間の辺 (2角1辺)
- ・ 2つの辺とその間の角 (2辺1角)
- ・ 3つの辺 (3辺)

それぞれ等しいとき

→ 三角形が確定する条件

(△ABCにおける)正弦定理

- ・ 2つの角とその間の辺 (2角1辺)
- ・ 2つの辺とその間の角 (2辺1角)
- ・ 3つの辺 (3辺)

この中でどれが該当するかな?
この条件以外で重要な単語は?

平成 28 年度 教科リーダー養成活用事業 中間報告会 研究授業
知識構成型ジグソー法を用いた協調学習授業 指導案

学校名：島根県立出雲工業高等学校 授業者：柳樂 淳一

教材作成者：柳樂 淳一

授業日時	平成 28 年 12 月 15 日	教科・科目	理数数学 I
学年・年次	大田高校 1 年生理科	児童生徒数	31 名
実施内容	図形と計量	本時／この内容を扱う全時数	2／2
教科書	「新編 数学 I」（数研出版）		

授業のねらい（本時の授業を通して児童生徒に何を身に付けてほしいか、この後どんな学習につなげるために行うか）

中間報告のテーマが「数学への関心・意欲・態度を高める授業改善」であることから、研究授業もそのテーマに即した内容とした。生徒の関心意欲態度は、単元の導入の仕方で大きく変わる。そのため、定理や公式を取り上げるときの導入・証明にまで生徒が関心を寄せるような授業をグループワークによって引き出せないかと考え、現在取り組んでいる。

前時では顔合わせの授業も兼ねていたことから数学の具体的な内容を扱わず、知識構成型ジグソー法の紹介と、定理や公式を「学ぶ」ことについて3つの資料（文章）を手掛かりにジグソー法を利用して考え、証明まで深く意識し関心を寄せられるような授業展開を試みた。結果的に振り返りまで十分に取り組むことができず残念ではあったが、ジグソー活動の結果、3つの班で「定理や公式を使う理由や意味を理解する」「定理を覚えるだけではなく内容まで理解することが大切」「上っ面なことよりも根本的なことを大切に」というまとめを得た。他の班ではまとめまで至らなくても、エキスパート活動の内容から、まとめと同様の感覚を持った生徒は多かったのではないかと推測する。

本時では前時のまとめを尊重し、定理や公式を「学ぶ」ことによって物事を本質まで捉え発展させていく態度を育てたい。そのため、数学の定理や公式を証明する考え方を基礎として求めていくような具体的な課題を用意した。授業を行うクラスは2学期期末試験の試験範囲に△ABCの正弦定理・余弦定理・面積の公式の内容を含んでいたことから、本授業の単元を「図形と計量」にした。まず前時のまとめの内容から、エキスパート活動Aで「なぜの意識」と「意味や理由を考える」の意見が多かったことを取り上げ、 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ の形はあるが $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ はあるのかという疑問を投げかける。この課題の解決に向け、エキスパート活動では1つの図から△ABCの「正弦定理」「余弦定理」「面積の公式」を導く。ジグソー活動では、エキスパート活動の考え方を活かして、提示した図から新たな式を発掘する。その導く過程を手掛かりにして $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ を解決し、定理や公式を導くことの面白さや、数学の定理や公式を証明する考え方の有用性を認識させたい。そして物事を本質まで捉え発展させていく態度を育てたい。

なお、時間の制約があることからICTを活用し、また各班ごとにホワイトボードを用意することで発表が全員でシェアできるよう、アナログデジタル両面で配慮した。

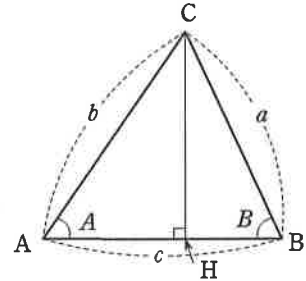
メインの課題（授業の柱となる、シグソー活動で取り組む課題）

△ABCにおいて 等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表していますか？

児童生徒の既有知識・学習の予想（対象とする児童生徒が、授業前の段階で上記の課題に対してどの程度の答えを出すことができそうか。またどの点で困難がありそうか）

大田高校 1 年理数科は、直前の 2 学期期末試験で△ABC の正弦定理・余弦定理・面積の公式などが試験範囲であった。生徒たちは試験に向け公式や定理の活用に重点を置いた勉強が中心となり、なぜ定理や公式が成り立つのかといった証明まで理解を深める余裕はなかったと思われる。ただし、正弦定理・余弦定理・面積の公式を使った活用は十分できていると予想する。

そこでエキスパート活動では、右のような AB を鋭角とし辺 AB の垂線 CH を与えた△ABC を各班に提示する。この図から A) 余弦定理、B) 正弦定理、C) 面積の公式をそれぞれ証明する。各班の資料の最初に必要な式を記入させ、導く式を意識させる。そして導く過程を誘導して図のどの辺や線分に着目すると導けるのかをシグソー活動で説明できるような資料構成にした。エキスパート活動は既存の知識で十分対応できるのではないかと考えている。



シグソー活動では、エキスパート活動での考え方を活かして、 $c = b \cos A + a \cos B$ （第一余弦定理）を発掘する。このとき $AH = b \cos A$ 、 $BH = a \cos B$ までは理解しても $c = b \cos A + a \cos B$ という結論で良いのかどうか不安を抱く班が多いことがと予想される。そのため、出来た班にホワイトボードで発表するように促し、 $AH = b \cos A$ 、 $BH = a \cos B$ が求められていれば評価したい。

課題の $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は $AH = b \cos A$ 、 $BH = a \cos B$ を利用して考えていくが、その考えが浮かばないことを想定し、2 分後に「お助けペーパー」を配布する。そこから $b \cos A = a \cos B$ が $CA = CB$ の二等辺三角形の形状を表す式であることに気付かせ、課題解決を図りたい。

期待する解答の要素（本時の最後に児童生徒が上記の課題に答えるとき、話せるようになってほしいストーリー、答えに含まれてほしい要素。本時の学習内容の理解を評価するための規準）

〔学習内容の理解を評価する基準〕

●エキスパート活動

A) △BCH の 3 つの辺 BC, CH, BH に着目すると、 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

B) △ACH の斜辺 AC と対辺 BC、△BCH の斜辺 BC と対辺 CH に着目すると、 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

C) △ABC の辺 AB とその垂線 CH に着目すると、 $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B$

●シグソー活動

• $AH = b \cos A$ 、 $BH = a \cos B$

• AH、BH、AB に着目すると、 $c = b \cos A + a \cos B$

• △ABC において $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B}$ は $AC = BC$ の二等辺三角形 $\Rightarrow \frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は正三角形

〔学習内容の理解を評価する基準を上回るもの〕

• 既知の知識を超えて導き出した式や考え方に関する解答

《研究授業指導案②》 三角形の形状決定に関する問題（定理や公式を「学ぶ」ことについて）

・定理や公式を学ぶことからどういう学び方を得ることができるのかに深く言及した振り返り

各エキスパート<対象の児童生徒が授業の最後に期待する解答の要素を満たした解答を出すために、各エキスパートで押さえないポイント、そのために扱う内容・活動>

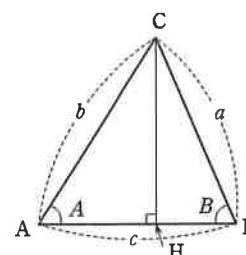
A) $\triangle BCH$ の3つの辺 BC, CH, BH に着目すると、 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

B) $\triangle ACH$ の斜辺 AC と対辺 BC 、 $\triangle BCH$ の斜辺 BC と対辺 CH に着目する

と、 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

C) $\triangle ABC$ の辺 AB とその垂線 CH に着目すると、 $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B$

図のどの部分に着目すると導けたのかをジグソー活動で説明できるようにする



本時の学習と前後のつながり

時間	取り扱う内容	到達してほしい目安
本時	<ul style="list-style-type: none"> 自己紹介 ジグソー法について 定理や公式を「学習する」とはどのようなことか？ 	定理や公式を学習することは、単に活用ではなく証明まで深く理解する意識を持つこと、活用だけでなく成り立ちまで関心を持つこと など
次時	<ul style="list-style-type: none"> 既習概念から新たな式を導く 定理や公式の証明を『学ぶ』ことの有用性について 	<ul style="list-style-type: none"> 定理や公式を「学ぶ」ことによって物事の本質の捉え方を学ぶ姿勢を持つ

その他

中間報告のテーマは「数学への関心・意欲・態度を高める授業改善」であるが、今後は観点別評価につながる関心意欲態度の評価まで考えていきたい。知識構成型ジグソー法は「はじめに」と「振り返り」の観点も取り入れた協働学習のため、授業での生徒の変容を図ることができる。例えば、今回の2回の授業を通して「定理や公式を証明まで理解すること」から一歩踏み込んで「定理や公式を学ぶことからどういう学び方を得ることができるのか」に対する具体的な振り返りの意見がある場合に観点別評価を上げる、などが考えられる。新学習指導要領で提唱されている『主体的で対話的で深い学び』アクティブラーニングの視点にとどまらず、関心意欲態度から名称が変わる『主体的に学習に取り組む態度』を高める手法として、また教員の観点別評価の有効な手として、知識構成型ジグソー法をベースに取り組んでいきたい。

本時の学習活動のデザイン

時間	学習活動	支援等
	<p>はじめに（5分）</p> <p>前時のグループワーク「定理や公式を『学ぶ』ことについて」のジグソー活動で「まとめ」られた3つの班の意見を紹介します</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>A 物事の意味や理由を考える</p> <p>B 証明を理解する</p> <p>C 基礎を理解する</p> <p>☞ 定理や公式を使う理由や意味を理解する</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> 座席を3人～4人のグループで予め座っておく ホワイトボードとペンも配布しておく

- A 公式をあてはめるだけではなく柔軟に考える
 - B 数学の定理の証明ができれば数学のセンスを養える
 - C 教科書を隅々まで理解できれば受験生のバイブルになる
- ☞ 定理を覚えるだけではなく内容まで理解することが大切

- A それぞれにそれぞれ適した形がある。
 - B 数学のセンスを養うには証明がきちんとできることが大切
 - C まる覚えではなく意味を考えるべき
- ☞ 上っ面なことよりも根本的なことを大切に

- ・ 6つの班のジグソー活動のまとめ
 - A 「なぜ」という意識とその理由や仕組みの理解
 - B 定理や公式は「証明」まで理解して「知っている」
 - C 理論の基礎を大切にすれば応用に生かせる
- ☞ 総まとめ
- ・ 定理や公式を使う理由や意味を理解する
 - ・ 定理を覚えるだけではなく内容まで理解することが大切
 - ・ 上っ面なことよりも根本的なことを大切に

このことを具体的な問題を通してその有用性を学んでいこう。

今日の目標の確認

- ・ 数学的な課題の解決と定理の根本の理解の大切さに気付く
- ・ 協働学習「説明する」「対話する」「協力する」

5分

「なぜ?」「意味や理由」(5分)

A班のエキスパート活動で多かった意見「なぜという意識」と「意味や理由」について

・ 例えば「正弦定理」「余弦定理」を学習しましたが、「〇〇」はどう思いますか?あるならなぜ教科書にないのでしょうか?

・ 例えば、 $\triangle ABC$ で $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ が成り立つのなら

$\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ はあるのでしょうか?

・ 今日、この等式が成り立つとき何を表しているかについて、「正弦定理」「余弦定理」「面積の公式」を証明していく考え方を利用して求めてみよう。

・ 〇〇はあえて言わず、頭の中で「正接定理」があるのかどうかについての疑問が湧いてくれば良いと考えているので深入りしない。

・ $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は常に成り立つ等式ではないの

<p>10分</p>	<p>ウォームアップ（1分）</p> <p>△ABCにおいて等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表すか予想しよう</p> <p>エキスパート活動とジグソー活動の説明（3分）</p> <p>エキスパート活動では、これまでに学習した△ABCの「正弦定理」「余弦定理」「面積の公式」の式の一部を右図からそれぞれ班ごとに導いてもらいます。</p> <p>そして右図から「正弦定理」「余弦定理」「面積の公式」以外の式も発掘することができます。ジグソー活動では、エキスパート活動で式を導くために着目した考え方を手掛かりにして、新たな式を発掘してもらおうと思います。そうすると、この導いていく過程に、もとの課題</p> <p>$\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ を解決するヒントが隠されています。そのためエキスパート活動の各班の説明がジグソー活動でとても重要になります。</p>	<p>で余弦定理として表記できないことに注意する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・予想させている間にプリントを配布し、班での意見を記入する。 ・プリントの振り返りの欄に目を通させ、本日の目標を確認する ・パワーポイントのタイマーの見方について説明しておく
<p>15分</p>	<p>エキスパート活動（10分） (Thinking time 2分 Collaboration time 3分+2分)</p> <p>A 余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ を導く</p> <p>B 正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ を導く</p> <p>C △ABCの面積の公式 $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B$ を導く</p> <p>ジグソー活動で説明できるよう協働学習しよう。</p> <p style="text-align: right;">→移動</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・資料 ABC を配る ・ジグソー活動に時間を捻出するため協働学習時間を3分で区切り、延長しても2分までとする。 ・A班（余弦定理）が他の班より計算に時間がかかるため、A班の状況で延長のタイミングを図る
<p>25分</p>	<p>○ジグソー活動・クロストーク（20分）</p> <p>A,B,Cの各班で導いた式を互いに説明しよう。説明が終わったら、ABCの着目した考え方を手掛かりに、他にどんな式が発掘できるか協働して導こう。導けた班はホワイトボードに記入して発表できるようにしておこう。終わった班は、導いた過程を手掛かりにして等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ が何を表しているか考えておこう。</p> <p>(ジグソー活動5分) (ホワイトボード記入と掲示5分)</p> <p>導いて欲しい式 $c = b \cos A + a \cos B$ (AH= $b \cos A$、BH=$a \cos B$が求まっていること)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ABCの資料の番号がついている班に移動する ・ジグソー資料を配布する ・まずABCについての資料説明を行った後協働学習を行うように指示する ・式が発掘できなかった班は記入しなくてもよいことを伝える

では等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表しているでしょうか。
導いた過程を手掛かりにして協働学習しよう。（5分＋発表5分）
〔2分後にお助けペーパーを配る〕

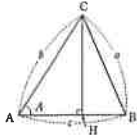
$\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ の式の一部 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B}$ に絞って考えます。

両辺の分母を払うと $a \cos B = b \cos A$

① $a \cos B, b \cos A$ は右図でどの長さを表していましたか？

② ①が分かれば $a \cos B = b \cos A$ のとき、
右図の△ABC はどのような形状になりますか？

③ ②が分かると、 $\frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$, $\frac{a}{\cos A} = \frac{c}{\cos C}$ も同様のことが言えますので
 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ が何を表すのかが見えてくるはずですよ。



• できた班はホワイトボードにその過程を記入する

45分

振り返り (5分)

① 前時のまとめと本時とのつながりについて

- 定理や公式を使う理由や意味を理解する
- 定理を覚えるだけではなく内容まで理解することが大切
- 上っ面なことよりも根本的なことを大切に

• ②③は時間がない場合は省略する
• ④は時間がない場合は終礼時に記入してもらうように伝える

今日の内容は単に $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ を解くということではなく、

その根本には定理や公式を証明が基礎になっていました。単純な公式のあてはめだけではなく、その根本の理解が大切であることに気付くことができましたか？

② $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B}$ を $a \cos B = b \cos A$ に変形することについて

今回の式変形は、正弦定理 ⇔ 面積の公式 の式変形、つまり

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Leftrightarrow \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B \text{ の考え方と同じです。}$$

式変形からも定理や公式の証明の考え方の理解が見えてきます。

③ $c = b \cos A + a \cos B$ について

この式の証明の過程から $a = c \cos B + b \cos C$, $b = c \cos A + a \cos C$ も成り立つことが予測されます。これらも cos で表される式ですので余弦定理と言っても良いのでしょうか。もし良いならなぜ教科書にないのでしょうか？様々な理由が考えられますが、今日の最初に指摘したように「なぜ」という疑問を持つことが、物事を根本から学ぶ姿勢を持つことにつながっていきます。

• 『第一余弦定理』についてはなぜという問いかけ程度とする。名称については、混乱が生じないよう状況を見て必要であれば紹介する。

④ 「定理や公式を『学ぶ』とは」の振り返り（記入）

定理や公式を「学ぶ」とは () 番 氏名 ()

ウォームアップ

△ABCにおいて $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ ($= 2R$) は常に成り立ちますが $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ が成り立

つこともあります。では、等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表しているか予想しよう。

振り返り

●△ABCにおける等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表しているか理解できましたか？

- 4 理解して、次に出題されても導ける自信がある
- 3 理解したが、次に出題されたとき導けるかどうかには不安があるため、途中までの記述はできる
- 2 あまり理解ができなかったが、次に出題されたときには何かしらの記述はできる
- 1 理解できなかったので、次に出題されても全く記述できない

(数字) (理由)

● $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ の課題解決とは別に、協働学習の目標に「**説明する**」「**対話する**」

「**協力する**」がありました。今日の授業では協働学習の目標に取り組めましたか？

- 4 取り組めた
- 3 やや取り組めた
- 2 あまり取り組めなかった
- 1 取り組めなかった

(数字) (理由)

●前回の文章によるグループワークと今回の具体的な数学の内容によるグループワーク

を通して、**定理や公式からどういう学び方を身につけたいと感じましたか？**

現時点での率直な考えを書いてください。

●今日の授業の感想を書いてください。

「定理や公式を『学ぶ』とは」 エキスパート活動 A [Thinking 2分, Collaboration 3分]

() 番 氏名 ()

課題1 $\triangle ABC$ の余弦定理について、 a^2 と $\cos A$ の関係式を書きましょう。

$a^2 =$ $\cos A =$

課題2

右の図の $\triangle ABC$ に対して、課題1の式の片方を導いていきます。
 まず、 CH を b と A を用いて表すと $CH = b \sin A \dots ①$ となります。

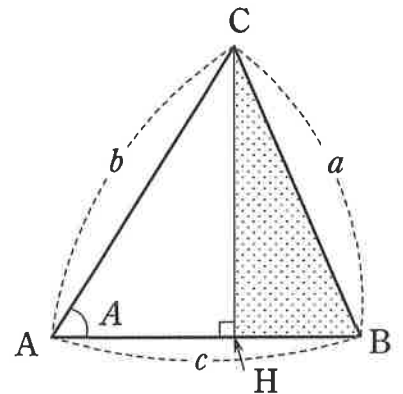
(1) AH を b と A を用いて表してみよう。

$AH =$ $\dots ②$

次に、 $BH = AB - AH \dots ③$ です。③に $AB = c$ と②を代入すると、 BH が b, c, A で表されます。

(2) ③に $AB = c$ と②を代入して、 BH を b, c, A を用いて表してみよう。

$BH =$ $\dots ④$



ここで $\triangle BCH$ に注目すると、三平方の定理より $BC^2 = CH^2 + BH^2 \dots ④$ が成り立ちますので、④に $BC = a$, ①, ④ をそれぞれ代入し、 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ を利用すると、課題1の式の片方が導かれます。

(3) ④に $BC = a$ と①, ④ をそれぞれ代入して、課題1の式の片方を導こう。

④に $BC = a$ と①, ④を代入して

$$a^2 = (b \sin A)^2 + (\quad)^2$$

$$=$$



課題3

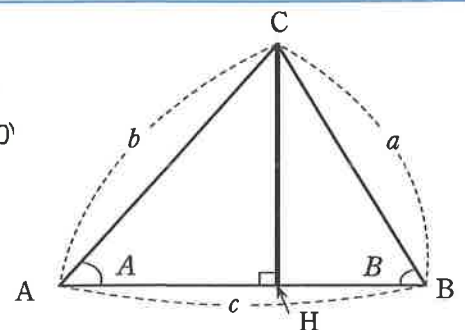
ジグソー活動の最初に説明できるように班で協働して整理しておこう。

A 班は $\triangle ABC$ の余弦定理の _____ の式を導きました。

導く上で、図で着目した辺・線分は _____ です。

課題4

ジグソー活動で話し合えるよう、 AH, BH, CH の長さを記入しておこう。
 そして右図から正弦定理や面積の公式以外でどのような式が発掘できるか考えておこう。



「定理や公式を『学ぶ』とは」 エキスパート活動 B [Thinking 2分, Collaboration 3分]

() 番 氏名 ()

課題1 $\triangle ABC$ の正弦定理の式を書きましょう。

= = =

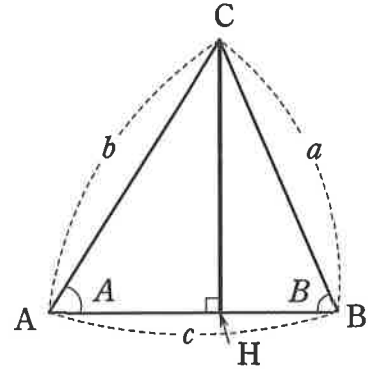
課題2

右の図の $\triangle ABC$ に対して、**課題1**の式の一部を導いていきます。

まず、 CH を b と A を用いて表すと $CH = b \sin A \dots \textcircled{1}$ となります。

(1) CH を a と B を用いて表してみよう。

$CH =$ $\dots \textcircled{2}$



(2) $\textcircled{1}$ より、**課題1**の式の一部を導こう。

「説明する」
「対話する」
「協力する」

課題3

ソグソー活動の最初に説明できるように班で協働して整理しておこう。

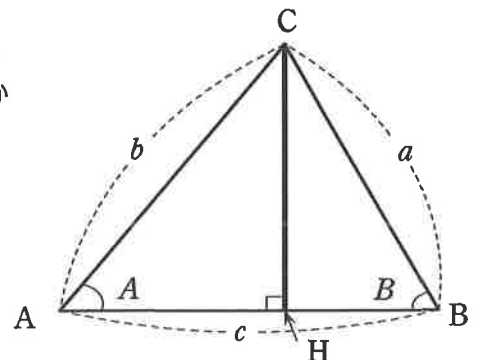
B 班は $\triangle ABC$ の正弦定理の _____ の式を導きました。

導く上で、図で着目した辺・線分は _____ です。

課題4

ソグソー活動で話し合えるよう、 AH , BH , CH の長さを記入しておこう。

そして右図から余弦定理や面積の公式以外でどのような式が発掘できるか考えておこう。



「定理や公式を『学ぶ』とは」 エキスパート活動 C [Thinking 2分, Collaboration 3分]

() 番 氏名 (_____)

課題1 $\triangle ABC$ の面積 S の公式を書きましょう。

$S =$ $S =$ $S =$

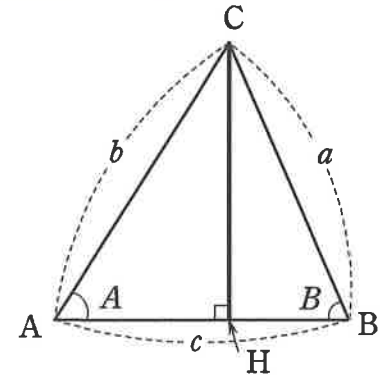
課題2

右の図の $\triangle ABC$ に対して、**課題1**の式の一部を導いていきます。

まず、 CH を b と A を用いて表すと $CH = b \sin A$ …①となります。

(1) ①を利用して、 $\triangle ABC$ の面積 S の公式を求めよう。

$S =$



(2) (1)の考え方を利用して、 $\triangle ABC$ の面積 S の公式を B を用いて

課題1の式の一部を導こう。

「説明する」
「対話する」
「協力する」

課題3

シグソー活動の最初に説明できるように班で協働して整理しておこう。

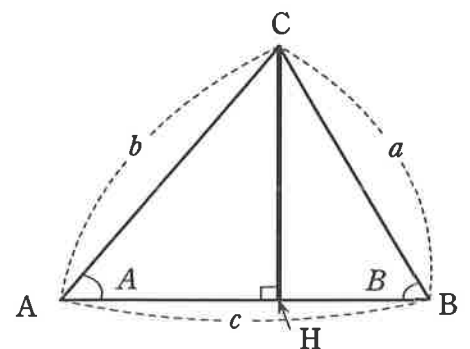
C 班は $\triangle ABC$ の面積 S の公式の _____ の式を導きました。

導く上で、図で着目した辺・線分は _____ です。

課題4

シグソー活動で話し合えるよう、 AH , BH , CH の長さを記入しておこう。

そして右図から正弦定理や余弦定理以外でどのような式が発掘できるか考えておこう



「定理や公式を『学ぶ』とは」 ジグソー活動・クロストーク

課題5 着目した辺や線分の確認 班のメンバー（ ）（ ）（ ）（ ）

各班が定理や公式を導く上で、図のどの辺や線分に着目したかを説明しよう。


 () 班
 図で着目した辺や線分は

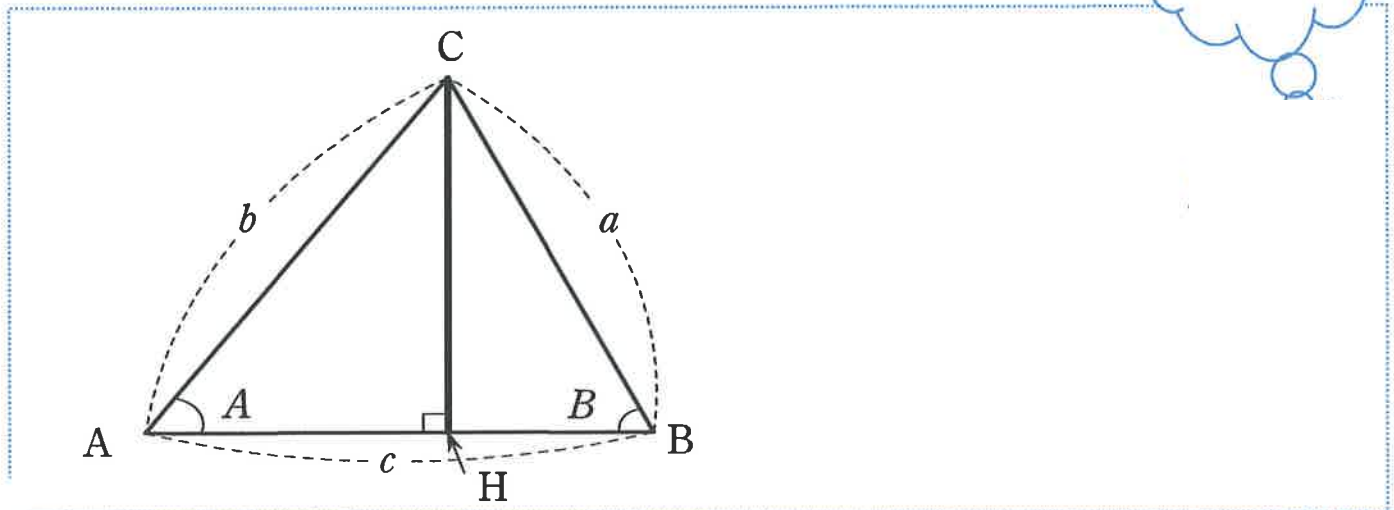
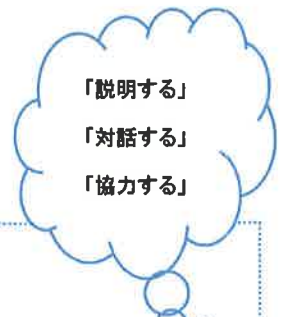

 () 班
 図で着目した辺や線分は

課題6 他の式の発掘と発表

各班の説明を手掛かりに、右図から他にどのような式が発掘できるか協働して導こう。

ポイントは「**各班で共通して着目したところ以外**」に注目することです。

導けた班はホワイトボードに記入して発表できるようにしておこう。



課題7 課題の解決に向けた協働作業と発表

△ABCにおいて $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表しているか、協働で導こう。

ポイントは課題6で導いた関係式よりも導いた過程にヒントが隠れています

導けた班はホワイトボードに記入し発表できるようにしておこう。





「定理や公式を『学ぶ』とは」 お助けペーパー

$\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ の式の一部 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B}$ に絞って考えます。

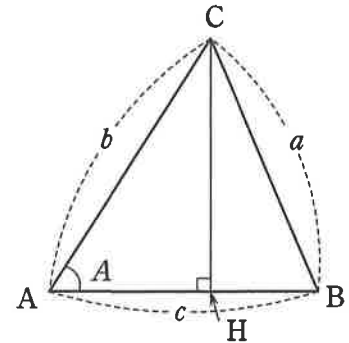
$\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B}$ の両辺の分母を払うと $a \cos B = b \cos A$

① $a \cos B, b \cos A$ は右図でどの長さを表していましたか？

② ①が分かれば $a \cos B = b \cos A$ のとき、
右図の△ABC はどのような形状になりますか？

③ ②が分かると、 $b \cos C = c \cos B, a \cos C = c \cos A$ も②と同様に求められますので

合わせると $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ が△ABC のどのような形状を表すのかが見えてくるはずですよ。



大田高校理数科 1年生の皆さん

数 I : 図形と計量についての 授業研究(大田高校理数科)

出雲工業高校 数学科 柳 奏 淳一

2回の授業で行うこと

- 内容…「定理や公式の学習について」
- 12/1(木) 定理や公式を『学ぶ』とは
- 12/15(木) 定理や公式に関する授業(図形と計量)
- グループワーク…「知識構成型ジグソー法」

🕒 本時

本日もみんなで協働学習していきましょう!

授業展開の確認

Step1 Step2 Step3 Step4 Step5



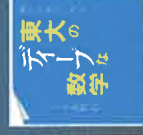
1分計

協働学習(Collaboration)
「説明」「対話」「協力」

前回の授業でのまとめ

「定理や公式を『学ぶ』とは」

- エキスパートA 大竹真一先生
- エキスパートB 田中健二先生
- エキスパートC 秋山仁先生



「卵はなぜ卵形をしているのか」

「東大はなぜ基本定理の証明を出題したか」

「教科書を舐めるべからず」

9つの理のエキスパートABC

まとめ
①理

A卯はなぜ卵形をしているか

- ・「なぜ」という意識とその「理由や仕組み」の理解

B東大はなぜ教科書の基本定理の証明を出題したか

- ・定理や公式は「証明」まで理解して「知っている」

C教科書を侮るべからず

- ・理論の基礎を大切にすれば応用に生かせる

まとめ
②理

A卯はなぜ卵形をしているか

- ・物事の意味や理由を考える

B東大はなぜ教科書の基本定理の証明を出題したか

- ・証明を理解する

C教科書を侮るべからず

- ・基礎を理解する

定理や公式を「学ぶ」とは
定理や公式を使う理由や意味まで理解する

まとめ
③理

A卯はなぜ卵形をしているか

- ・公式をあてはめるだけでなく柔軟に考える

B東大はなぜ教科書の基本定理の証明を出題したか

- ・数学の定理の証明ができれば数学のセンスを養える

C教科書を侮るべからず

- ・教科書を隅々まで理解できれば受験生のハイブルになる

定理や公式を「学ぶ」とは
定理を覚えるだけでなく内容まで理解することが大切

まとめ
④理

A卯はなぜ卵形をしているか

- ・それぞれにそれぞれ適した形がある

B東大はなぜ教科書の基本定理の証明を出題したか

- ・数学のセンスを養うには証明がきちんとできることが大切

C教科書を侮るべからず

- ・まる覚えではなく意味を考えるべき

定理や公式を「学ぶ」とは
上っ面なことよりも根本的なことを大切に

基本と心

定理や公式を「学ぶ」とは

- 定理や公式を使う理由や意味まで理解する
- 定理を覚えるだけでなく内容まで理解することが大切
- 上っ面なことよりも根本的なことを大切に

→ 具体的な問題を通してその有用性を学んでいこう

本時の目標

数学的学習

「具体的な数学課題の解決」と
定理の「根本の理解の大切さ」に気付く

協働学習

「説明する」「対話する」「協力する」

振り返り

「なぜという意識」「意味や理由」
(↑エキスパートA班の代表的な意見)

「分かったようで何も分かっていないことが、生命現象には特にたくさんある。えっ、なんで？ということも、とても大事にする子供たちが増えてくれたら、私は日本の将来の科学も安泰だと思う。そういうことがなかなか難しい世の中になっている。」


大隅氏ノーベル賞
「生命現象には特にたくさんある。えっ、なんで？ということも、とても大事にする子供たちが増えてくれたら、私は日本の将来の科学も安泰だと思う。そういうことがなかなか難しい世の中になっている。」

ノーベル賞授賞式を受賞した東京工業大学理学部教授の大隅氏と西先生のインタビュー
(平成28年10月4日)

5

「なぜという意識」「意味や理由」
(↑エキスパートA班の代表的な意見)

- なぜ「正弦定理」や「余弦定理」が成り立つのか？
- 「正弦定理」や「余弦定理」はあるのなら...
「○○○○」はあるのか？
あるならなぜ教科書に載らないのか？



「なぜという意識」「意味や理由」

(「エキスパートA班の代表的な意見」)

•なぜ「正弦定理」や「余弦定理」が成り立つのか？

•△ABCで $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ があるなら

$\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は存在するのか？



本時の数学的学習

△ABCにおいて等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は

何を表しているのだろうか？



プリントを確認してください。

予想を記入

目標を確認

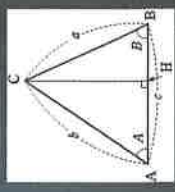
最後の振り返りで記入

△ABCにおいて等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は

何を表しているのだろうか？

エキスパート活動の説明

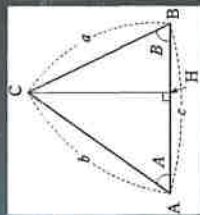
これまで学習した△ABCの「正弦定理」「余弦定理」「面積の公式」の関係式の一部を、右図からそれぞれ班ごとに導いてもらいます。



△ABCにおいて等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表しているのだろうか？

ジグソー活動の説明

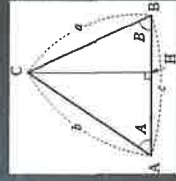
そして右図からは「**正弦定理**」「**余弦定理**」「**面積の公式**」以外に成り立つ**関係式**も導くことができます。
 (※教科書には載っていません)



△ABCにおいて等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表しているのだろうか？

ジグソー活動の説明

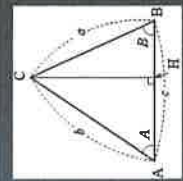
ジグソー活動では、エキスパート活動で「**正弦定理**」「**余弦定理**」「**面積の公式**」の**関係式**を導くために着目した考え方を手掛かりにして**新たな関係式を発掘**してもらいます。



△ABCにおいて等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表しているのだろうか？

ジグソー活動の説明

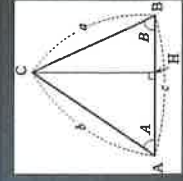
その**関係式を発掘していく過程**に、上の課題を**解決するヒント**が隠されています。そのためエキスパート活動での各班の着目したところの**説明が重要**になります。



△ABCにおいて等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表しているのだろうか？

ジグソー活動の説明

ジグソー活動で $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ が何を表すか理解できること、それを通して**定理の根本の理解の大切さに気付く**ことができることを、**数学的な課題目標**とします。

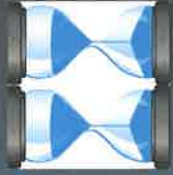
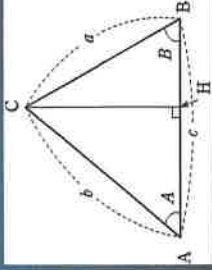


新たな式の発掘 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

エキスパート活動

目標

Thinking time
まずは自分で

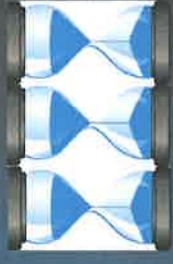
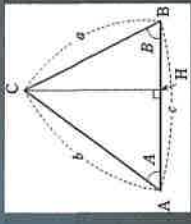



15

新たな式の発掘 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

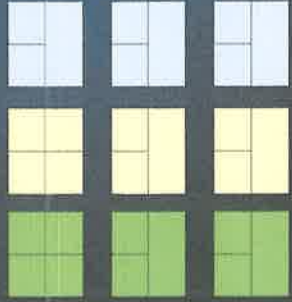
エキスパート活動

Collaboration time
ジグソー活動で説明でき
るよう協働で学習しよう

16

座席の移動



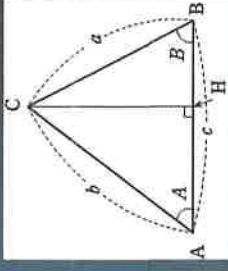
1	1	4	4	7	7
1	10	4	10		7
2	2	5	5	8	8
	2		5		8
3	3	6	6	9	9
	3		6		9

25

新たな式の発掘 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

ジグソー活動(課題5)

①A,B,Cの各班で導いた式についてどこに着目したかを説明しよう。
「A班は _____ を導きました。
図で着目した点は _____ です。」
「B班は....」 「C班は....」



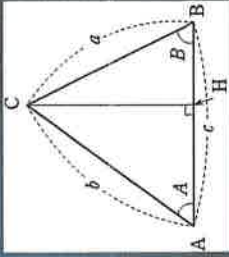
課題6に向けての参考

26

新たな式の発掘 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

ジグソー活動(課題6)

②説明が終わったら、ABCの着目した考え方を手掛かりに、どんな関係式が発掘できるか協働して導こう。




新たな式の発掘 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

ジグソー活動(課題6)

③導けた班はホワイトボードに記入して発表できるようにしておこう。ここまで

④終わった班は、導いた式ではなく過程をヒントにして $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ が何を表しているか班で考えよう。



新たな式の発掘 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

ジグソー活動(課題6)

「他にどんな関係式が発掘できるか」

ABC班の着目が共通している線分以外の辺・線分に注目！

班のメンバーと協働して見つけていこう



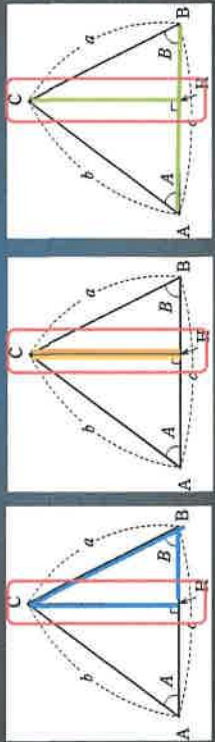
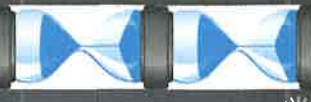



新たな式の発掘 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

クロストーク

「余弦定理」「正弦定理」「面積の公式」

CH以外の辺・線分の関係に注目

新たな式の発掘 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

クロストーク

$AH = b \cos A$ $BH = a \cos B$

$c = b \cos A + a \cos B$

35

新たな式の発掘 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

クロストーク

$BH = a \cos B$ $BH = c - b \cos A$

$a \cos B = c - b \cos A$

新たな式の発掘 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

クロストーク(課題7)

$\triangle ABC$ において等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表しているのだろうか？

$c = b \cos A + a \cos B$ $a \cos B = c - b \cos A$ の式ではなく導いた過程をホワイトボードに記入しよう。

お助けカード下さい

38

新たな式の発掘 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

クロストーク

$\triangle ABC$ において等式 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ は何を表しているのだろうか？

導いた班はホワイトボードにその過程を記入しよう

新たな式の発想 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

振り返り①

定理や公式を「学ぶ」とは

- 定理や公式を使う理由や意味を理解する
- 定理を覚えるだけではなく内容まで理解することが大切
- 上っ面なことよりも根本的なことを大切に

今日の内容は単に $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ を解くということではなく、その根本には定理や公式を証明が基礎になっていました。単純な公式のあてはめだけではなく、その根本の理解が大切であることに気付くことができましたか？

新たな式の発想 $\frac{a}{\cos A} = \frac{h}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

振り返り①

定理や公式を「学ぶ」とは

- 定理や公式を使う理由や意味を理解する
- 定理を覚えるだけではなく内容まで理解することが大切
- 上っ面なことよりも根本的なことを大切に

根本の理解も大切ですが、クラスの仲間と協働で学習していくことによって理解をさらに深めることができましたか？

新たな式の発想 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

振り返り②

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ 正弦定理

$\times \sin A \sin B$ エキスパートB

$a \sin B = b \sin A$

$\times c$ $ca \sin B = bc \sin A$

新たな式の発想 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

振り返り②

$ca \sin B = bc \sin A$ 面積の公式

$\times \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} ca \sin B = \frac{1}{2} bc \sin A$

△ABCの「面積の公式」は「正弦定理」の変形

新たな式の発想 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

振り返り②

式変形の考え方も同じ...証明の考え方が基礎

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \quad \frac{a \sin B = b \sin A}{\frac{1}{2} ca \sin B = \frac{1}{2} bc \sin A}$$

$$\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} \quad \frac{a \cos B = b \cos A}{AC=BCの二等辺三角形のときの成り立ち}$$

新たな式の発想 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

振り返り③

$a \cos B, b \cos A$ について常に成り立つ

$$c = b \cos A + a \cos B$$

余弦定理?

なぜ教科書にないの?

$$a = b \cos C + c \cos B$$

$$b = c \cos A + a \cos C$$

$$c = a \cos B + b \cos A$$

新たな式の発想 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ 根本の理解 「説明する」「対話する」「協力する」

目標に対する振り返り

定理や公式を「学ぶ」とは

感想

お世話になりました。
白子 大先生
先生、ありがとうございました。
お礼の言葉
花袋 ひとみ

《研究授業③》 4つのエキスパート活動でのデータの読み取り

平成28年度 教科リーダー養成活用事業 研究授業
知識構成型シグソー法を用いた協調学習授業 指導案

学校名：島根県立出雲工業高等学校 授業者：柳樂 淳一

教材作成者：柳樂 淳一

授業日時	平成28年2月9日	教科・科目	数学Ⅰ
学年・年次	出雲工業高校1年電気科一般クラス	児童生徒数	16名
実施内容	箱ひげ図（データの分析）	本時／この内容を扱う全時数	4／11
教科書	「最新 数学Ⅰ」（数研出版）		

授業のねらい（本時の授業を通して児童生徒に何を身に付けてほしいか、この後どんな学習につなげるために行うか）

本年度教科リーダー養成事業のテーマとして「数学への関心・意欲・態度を高める授業改善」を掲げていることもあり、定理や公式を取り上げるときの導入・証明にまで生徒が関心を寄せるような授業をグループワークによって展開できるよう、授業研究に取り組んでいる。

本単元「データの分析」は現行の学習指導要領で初めて必修化され、近年実社会で注視されるようになった「統計学」の基礎的分野として、小学校の「数量関係」中学校の「資料の整理」の知識の積み重ねが必要とされる内容である。計算力も必要ではあるが、様々なデータの特徴や傾向を目的に応じた読み取る分析力をより必要とする単元である。

本単元の導入にあたり、中学校の「資料の整理」の内容について高校入試の問題をグループワークで解かせ復習した。前時の授業までに代表値（平均値・中央値・最頻値）や5数要約（最大値、第3四分位数Q3、中央値（第2四分位数Q2）、第1四分位数Q1、最小値）といった統計値について学習した。統計値を求めるだけでなく、その統計値が何を意味しているのかを、身近な題材をもとに考えさせ、本時の授業につながるようにした。

本時では、5数要約からなる箱ひげ図を、教員からの指導ではなく生徒たちの協働学習によって理解を深め、その有用性を認識させたい。箱ひげ図は複数のデータの分布を視覚的に比較出来るため便利である。題材としては、年間の平均気温が3年の観測で上昇した4つの都市の気温のデータを扱うこととし、日常生活や社会と関連させた内容から生徒への興味関心が持てるようにした。また年間平均気温の上昇がどの統計値に影響を与えているのか、またデータ全体からどのような傾向を読み取れるのかについて、箱ひげ図を利用することで比較しやすいものとして4つの市を選んだ。

授業の展開としては、まず導入で5数要約について確認する。また、最後に宿題として指示する練習問題をこのときに提示し、達成目標を確認しておく。次に4つの班のエキスパート活動で各市の気温の傾向を読み取る。シグソー活動では4つの市の共通した傾向を調べ、加えてデータ全体から気温の変化について読み取れることを自由に話し合わせる。その後4つの市の箱ひげ図を提示した復習問題と振り返りによって箱ひげ図を深く理解できるような構成にした。最後に練習問題として平成28年度センター試験数Ⅰを一部改題した問題を解いてくるよう指示し、箱ひげ図に合わせて予め散布図も提示することで、分析力を高めることと同時に散布図の予習をさせておきたい。

なお、教科書では四分位数や箱ひげ図の前に分散や標準偏差について学習する配列となっている。

《研究授業③》 4つのエキスパート活動でのデータの読み取り

しかし分散や標準偏差の計算は平均値周りの散布度を測る尺度であり、共分散や相関係数の計算方法につながることで、また5数要約は中央値の周りの散布度25%を測る尺度であることから、順番を入れ替えることで「平均値の散布度」と「中央値の散布度」とストーリーが分けられ、生徒も混乱なく統計値を学習することができるのではないかと考えている。箱ひげ図の後に散布図を扱い、その分析を通して分散・標準偏差の尺度を定義し、共分散や相関係数の学習につなげたい。

メインの課題（授業の柱となる、シグソー活動で取り組む課題）

年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう

児童生徒の既有知識・学習の予想（対象とする児童生徒が、授業前の段階で上記の課題に対してどの程度の答えを出すことができそうか。またどの点で困難がありそうか）

出雲工業高校1年電気科一般クラスは、他の3科の一般クラスと比較すると安定した成績を収めている。ただし数学を得意とする生徒は主に2クラス（標準から応用を主とするクラスで、授業はモザイク展開をしている）で学習しているため、このクラスでは数学に自信を持っている生徒は少ない。しかし、その中でも力を発揮しようと取り組む意欲を感じられる。また1年電気科の担任の先生が学び合いの授業展開をされていることもあり、自信はなくおとなしい印象を持つが、話し合いの場を提供された場合は協調学習で解決しようとする態度もみられる。

前時の授業までで代表値（平均値・中央値・最頻値）や5数要約（最大値、第3四分位数Q3、中央値（第2四分位数Q2）、第1四分位数Q1、最小値）についての学習をしており、本時ではそれらの数を計算で求めることは行わず、箱ひげ図の読み取りと有用性の理解に視点を置きたい。

箱ひげ図からどのように分析すれば良いのか戸惑う場面も考えられるが、いろいろなデータを比較する中で違いや共通点を見つけ、データ全体の傾向について筋道を建てて考察できれば良いと考えている。復習問題や練習問題で読み取る力を確認したい。練習問題は28年度のセンター試験の問題を一部改題したもので復習問題もそれに沿って作成したが、本生徒たちであればグループワークを通して取り組むことができるレベルであると期待している。

なお、共通する傾向として「平均気温の上昇の影響を受けているのは最小値」であることは分析をしてほしいが、そこから発展して平均値と中央値の関係まで論理的に説明できれば評価したい。

期待する解答の要素（本時の最後に児童生徒が上記の課題に答えるとき、話せるようになってほしいストーリー、答えに含まれてほしい要素。本時の学習内容の理解を評価するための規準）

〔学習内容の理解を評価する基準〕

- ・ 5数要約から箱ひげ図が作成できる
- ・ 1つの箱ひげ図から5数要約の値だけでなくデータの傾向が読み取れる
- ・ 複数の箱ひげ図を比較して全体をより正しく分析し傾向を読み取ることができる

〔学習内容の理解を評価する基準を上回るもの〕

- ・ 既知の知識を超えて論理的にデータを読み取った解答および発言
- ・ 今後のデータ分析の学習について深く言及した振り返り

各エキスパート＜対象の児童生徒が授業の最後に期待する解答の要素を満たした解答を出すために、各エキスパートで押さえたいポイント、そのために扱う内容・活動＞

A 旭川・・・1981年、2000年、2016年の箱ひげ図がそれぞれ正しく書けること
中央値に変化がない、最小値は連続して上昇している、範囲が広い（寒暖差が大きい）

《研究授業③》 4つのエキスパート活動でのデータの読み取り

<p>四分位範囲も広い、第1四分位数が全て0℃以下、0℃以下が25%以上</p> <p>B 秋田・・・1981年、2000年、2016年の箱ひげ図がそれぞれ正しく書けること 中央値と最小値は連続して上昇している、中央値は常に10℃以上 範囲が広い（寒暖差が大きい）、四分位範囲も広い、</p> <p>C 鹿児島・・・1981年、2000年、2016年の箱ひげ図がそれぞれ正しく書けること 4つの間隔がほぼ同じ、5数要約の中では最大値のみ連続して上昇していない 2016年は25℃以上が25%以上</p> <p>D 宮古島・・・1981年、2000年、2016年の箱ひげ図がそれぞれ正しく書けること 範囲が狭い（寒暖差が小さい）、第3四分位数が常に25℃以上 5数要約の中では最大値のみ連続して上昇していない、15℃を下回ることがない</p>		
シグソーで分かったことを踏まえて次に取り組む課題・学習内容		
箱ひげ図からデータの傾向を読み取る問題		
<ul style="list-style-type: none"> ・復習問題（エキスパートA～Dの箱ひげ図から読み取る問題） ・練習問題（平成28年度大学センター試験問題を一部改題）➡ 散布図へ 		
本時の学習と前後のつながり		
時間	取り扱う内容	到達してほしい目安
前時 まで	<ul style="list-style-type: none"> ・中学校「資料の整理」 ・代表値 (平均値・中央値・最頻値) ・5数要約 (最大値、第3四分位数Q3、中央値(第2四分位数Q2)、第1四分位数Q1、最小値) 	用語の意味や計算方法を学習するだけでなく、それぞれの統計値がデータ全体のなかでどのような特徴を持つか説明できるようにする。特に代表値はそれぞれのメリットやデメリットについても理解する。
本時	<ul style="list-style-type: none"> ・箱ひげ図 	5数要約から箱ひげ図を作成し、複数のデータをより正しく分析し傾向を読み取れるようにする。また中央値からの散布度について理解する。
次時	<ul style="list-style-type: none"> ・散布図と散らばりの尺度 	2変量データの分析を通して相関関係の強弱を理解する。また散らばりの尺度の考え方を知る
その後	<ul style="list-style-type: none"> ・分散と標準偏差 ・共分散と相関係数 	平均値からの散布度について理解する。分散と標準偏差の考え方を応用して2変量データの相関係数が導けるようにする。
本時の学習活動のデザイン		
時間	学習活動	支援等
	<p>はじめに</p> <p>プリント『データの傾向を読み取りやすくするために』</p> <ul style="list-style-type: none"> ・課題①「年間平均気温が上昇した4つの市のデータから、その他に読み取れることは何ですか？」 ・課題②「このデータの傾向を読み取るためには、どの項目に注目 	<ul style="list-style-type: none"> ・座席を4人×4班で予め座っておく ・ホワイトボードとペンも配布しておく ・モニターを使って資料

5分	<p>すればよいと思いますか？」 ➡5数要約について確認</p> <p>箱ひげ図について</p> <p>課題⑨『練習問題（宿題）』の配布 ➡ 目標レベルの確認 プリント『「5数要約」を図で分かるようにする表現方法』</p> <ul style="list-style-type: none"> ・目標① 箱ひげ図の説明と例題を通して、5数要約から「箱ひげ図」が作成できるようにすること。 ・目標② 箱ひげ図から、5数要約の値だけでなく、データの傾向も読み取れるようにすること。 	<p>の補足説明をする</p> <ul style="list-style-type: none"> ・箱ひげ図は教員から書き方の指導はせずプリントから班で協働で作成できるように指示する ・目標①②を班で確認させる。
20分	<p>エキスパート活動</p> <p>A 旭川 B 秋田 C 鹿児島 D 沖縄</p> <ul style="list-style-type: none"> ・課題③ 1981年、2000年、2016年の月ごとの平均気温のデータについての箱ひげ図(縦)をそれぞれ作成しよう。 ・課題④ 課題③の箱ひげ図からどのような傾向が読み取れるか、分かることを自由に書こう。 ・課題⑤ シグソー活動に向け、エキスパート活動での課題③④を伝えられるようにしておくこと。 <p>シグソー活動</p> <ul style="list-style-type: none"> ・課題⑤ エキスパート活動での課題③④を伝えよう ・課題⑥ エキスパート活動で得た4つの市のデータから共通しているところを調べ、年間平均気温の上昇の影響を受けているのは何かを読み取ろう。 ・課題⑦ 課題⑥以外で4つの市のデータ全体から読み取れる気温の傾向をまとめよう。 	<ul style="list-style-type: none"> ・協働学習「説明する」「対話する」「協力する」を心掛けるよう指示する ・箱ひげ図が作成できているかどうか生徒の様子を見回る ・ある程度できてればエキスパート活動は時間内で区切る
30分	<p>クロストーク</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ホワイトボードを黒板に貼る。内容の発表。 ➡課題⑥ 「最低気温が影響を受けている」 課題⑦ (例)「南に行くほど年間の寒暖差が小さい」 「北に行くほど年間の寒暖差が大きい」 「1981年と2016年では四分位範囲の位置が上昇している」 	<ul style="list-style-type: none"> ・ホワイトボードに課題⑥⑦を記入させる ・説明に困っているときは課題⑨のプリントの問題文などを参考にさせる ・平均値と中央値を比べると旭川や秋田で平均値が中央値より値が大きくなった変化を取り上げ、温暖化の影響は気温の低いところほど影響を受けていることを説明する。
40分	<p>振り返り</p> <ul style="list-style-type: none"> ・課題⑧ 復習問題 	<ul style="list-style-type: none"> ・振り返りの時間を確保するため課題⑧は時間がなければ答え合わせを次時に回すか宿題とする。
45分	<ul style="list-style-type: none"> ・振り返り① 箱ひげ図のポイントとメリットの記入 ・振り返り② 感想 ・課題⑨ 練習問題（宿題） 	

データの傾向を読み取りやすくするために

「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」

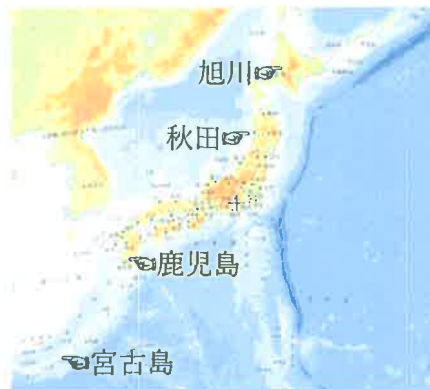
下の表は1981年、2000年、2016年と年間平均気温が連続して上昇した4つの市（旭川・秋田・鹿児島・宮古島）における、月ごとの平均気温のデータと、そのデータの5数要約・平均値をまとめた表である。

月/年	A 旭川（北海道:北緯43°）			B 秋田（東北:北緯39°）			C 鹿児島（九州:北緯31°）			D 宮古島（沖縄:北緯24度）		
	1981	2000	2016	1981	2000	2016	1981	2000	2016	1981	2000	2016
1月	-10.2	-7.6	-6.6	-1.2	1.7	0.7	5.3	9.9	9.0	16.4	18.9	18.9
2月	-7.5	-8.9	-5.3	0.4	0.2	0.9	8.5	7.8	9.6	17.3	17.8	18.0
3月	-3.4	-2.8	-0.6	3.1	3.2	5.1	12.1	12.6	13.3	19.9	20.0	19.4
4月	5.0	4.2	5.8	9.1	9.2	10.2	16.3	16.1	18.4	22.6	21.9	24.1
5月	9.8	13.9	14.4	12.7	15.9	17.1	18.9	20.6	21.8	23.6	24.1	26.5
6月	15.7	16.7	15.6	17.6	19.5	19.7	24.1	24.0	24.7	25.8	27.5	29.1
7月	21.2	22.1	20.7	23.7	24.2	23.5	28.6	28.3	28.6	27.5	28.1	29.6
8月	19.8	23.0	22.9	23.1	26.8	26.4	28.2	28.4	29.8	28.5	28.0	29.3
9月	14.5	16.8	17.5	17.9	21.7	22.3	24.7	26.1	27.3	27.0	26.2	28.1
10月	8.7	9.0	7.7	13.1	14.2	13.8	19.9	22.5	23.8	24.9	26.2	27.2
11月	-0.4	1.1	-1.1	4.9	7.6	6.5	13.3	17.6	16.7	21.7	23.9	23.9
12月	-2.7	-6.0	-4.2	2.8	2.2	3.7	9.0	11.6	12.6	18.1	21.2	21.6
最大	21.2	23.0	22.9	23.7	26.8	26.4	28.6	28.4	29.8	28.5	28.1	29.6
Q3	14.8	16.7	16.1	17.7	20.1	20.4	24.3	24.5	25.4	26.1	26.5	28.4
中央	6.9	6.6	6.8	10.9	11.7	12.0	17.6	19.1	20.1	23.1	24.0	25.3
Q1	-2.9	-3.6	-1.9	3.0	3.0	4.8	11.3	12.4	13.1	19.5	20.9	21.1
最小	-10.2	-8.9	-6.6	-1.2	0.2	0.7	5.3	7.8	9.0	16.4	17.8	18.0
平均	5.9	6.8	7.2	10.6	12.2	12.5	17.4	18.8	19.6	22.8	23.7	24.6

出典：『過去の気象データ』（気象庁 Web ページ）より作成

課題① 4つの市のデータから、年間平均気温の上昇以外で読み取れることは何ですか？

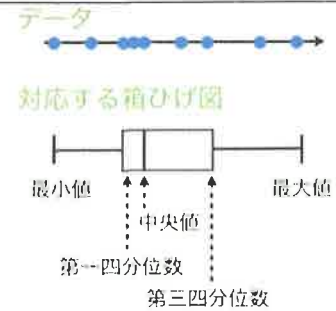
課題② このデータの傾向を読み取るためには、どの項目に注目すればいいと思いますか？



★ より早く詳しくデータを読み取れるように、エキスパート活動・ジグソー活動で分析する力を高めていこう。

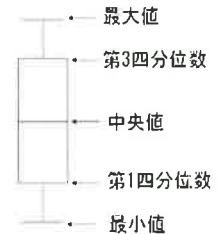
「5数要約」を図で分かるようにする表現方法 → 「箱ひげ図」

「5数要約」(最大値、第3四分位数(Q3)、中央値(第2四分位数 Q2)、第1四分位数(Q1)、最小値)を表現した図に『箱ひげ図』というものがあります。右のように「箱」(長方形)に「ヒゲ」(線)が生えたような図を用いた表現方法です。



簡単に説明すると、四分位範囲(Q1~Q3)の部分を「箱」(長方形)で表し、箱の端から最大値と最小値まで「ヒゲ」(線分)を伸ばした形をしています。そして中央値は箱の途中に線を引きます。

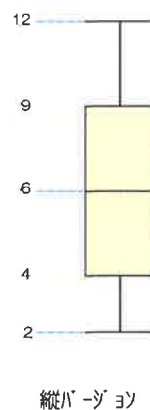
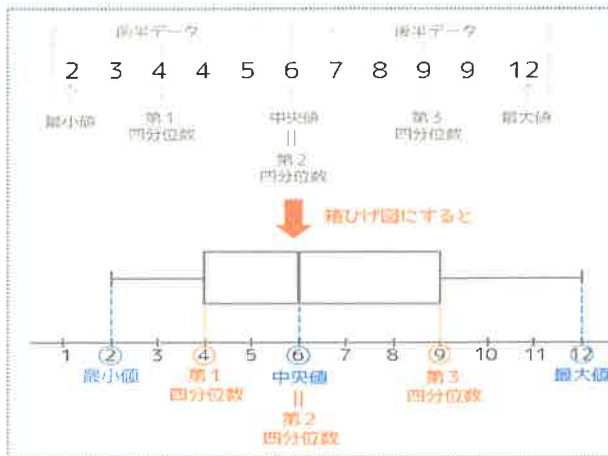
なお、箱ひげ図は縦にでも横にでも表現することができます。その際、最大値は、横の場合は右、縦の場合は上になるように表現します。



【例題】 次のデータの箱ひげ図を作成せよ。

2, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 9, 12

【解答】



目標①

箱ひげ図の説明と例題を通して、**5数要約から「箱ひげ図」**が作成できるようにすること。

※箱ひげ図の作成に平均値は関係ありますか？
[ある ・ ない]

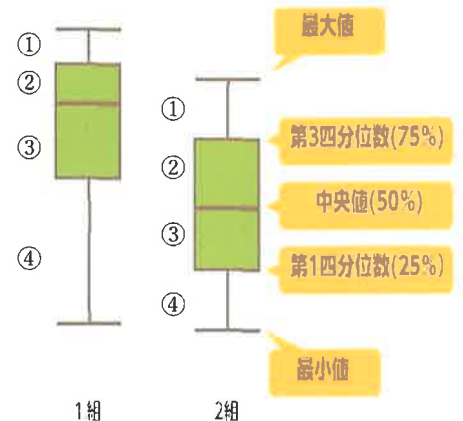
箱ひげ図の傾向の読み方

箱ひげ図はデータの散らばり具合によって、ヒゲの長さや箱の長さが伸びたり縮んだりします。

例えば右図の場合、2組は①~④の4つの区間がほぼ同じ長さのため、それぞれ25%ずつ均等に集まっているのが分かります。それに比べて1組は①②が狭くなっています。この狭い部分にそれぞれ25%ずつ入っているのですから、この部分にデータは集中しています。つまり密度が高いわけです。また1組は④が広がっています。この部分に25%が入っているのですから、この部分ではデータは散らばっています。つまり密度は低いわけです。

(点)
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0

テストの点数

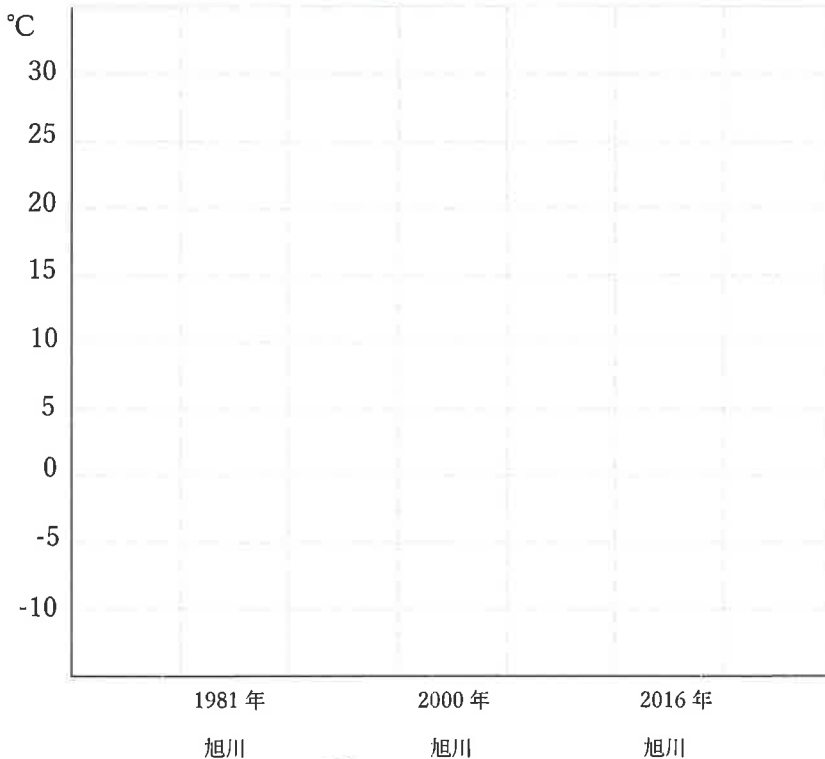


目標② 箱ひげ図から、5数要約の値だけでなく、データの傾向も読み取れるようにすること。

- ・幅が狭い部分 → データの密度が [高い ・ 低い], データが [集中 ・ 散らばっている]
- ・幅が広い部分 → データの密度が [高い ・ 低い], データが [集中 ・ 散らばっている]

エキスパート A 旭川市 (北海道:北緯43度)

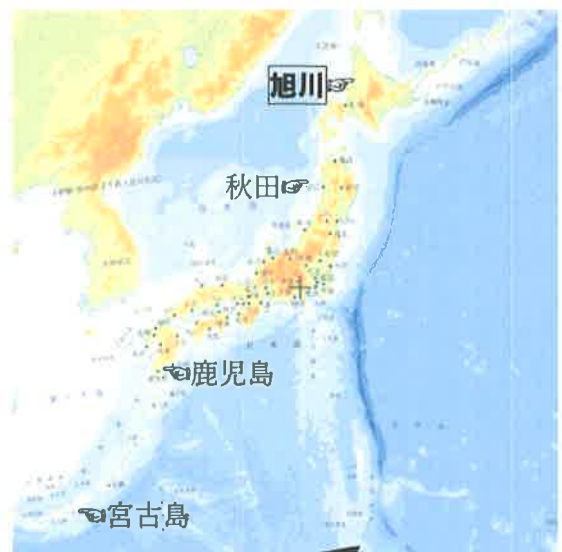
課題③ 1981年、2000年、2016年の旭川における月ごとの平均気温のデータについての箱ひげ図(縦)をそれぞれ作成しよう。
 ※箱の縦線は点線に沿って、ヒゲは縦の点線の間に入力しよう。



旭川 (北海道:北緯43°)			
月/年	1981	2000	2016
最大	21.2	23.0	22.9
Q3	14.8	16.7	16.1
中央	6.9	6.6	6.8
Q1	-2.9	-3.6	-1.9
最小	-10.2	-8.9	-6.6
平均	5.9	6.8	7.2

5数要約に
注目!

課題④ 課題③の箱ひげ図から、旭川の気温についてどのような傾向が読み取れるか、分かることを自由に書こう。



課題⑤ シグソー活動では、他の市の傾向と共通すること、また気温に関する全体的な傾向について話し合います。エキスパート活動での課題③④を伝えられるようにしておくこと。

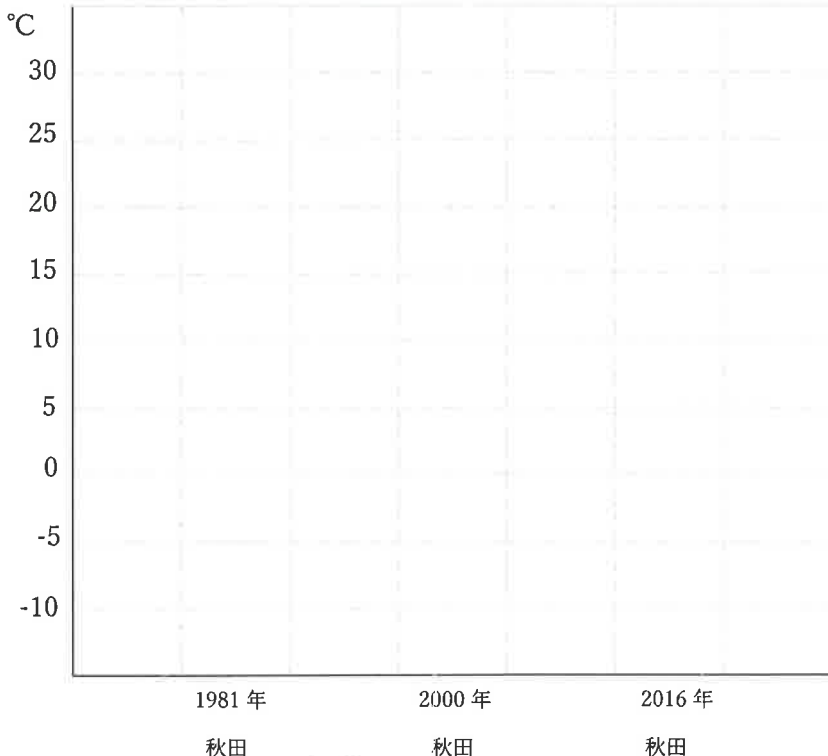
《研究授業③》 4つのエキスパート活動でのデータの読み取り

()科()番 氏名()

エキスパート B 秋田市 (東北:北緯39°)

課題③ 1981年、2000年、2016年の秋田における月ごとの平均気温のデータについての箱ひげ図(縦)をそれぞれ作成しよう。

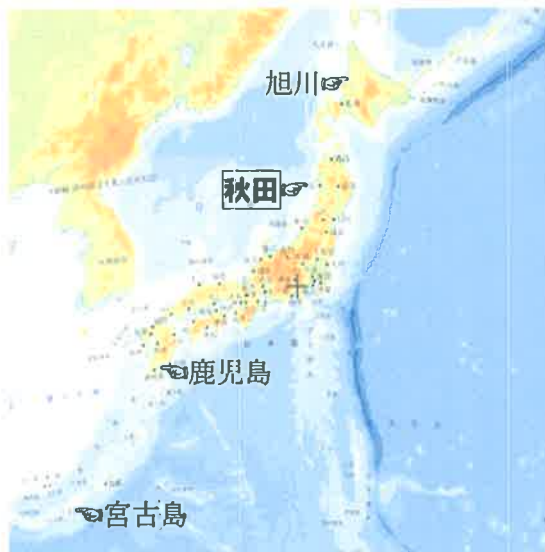
※箱の縦線は点線に沿って、ヒゲは縦の点線の間に入力しよう。



秋田 (東北:北緯39°)			
月/年	1981	2000	2016
最大	23.7	26.8	26.4
Q3	17.7	20.1	20.4
中央	10.9	11.7	12.0
Q1	3.0	3.0	4.8
最小	-1.2	0.2	0.7
平均	10.6	12.2	12.5

5数要約に
注目!

課題④ 課題③の箱ひげ図から、秋田の気温についてどのような傾向が読み取れるか、分かることを自由に書こう。



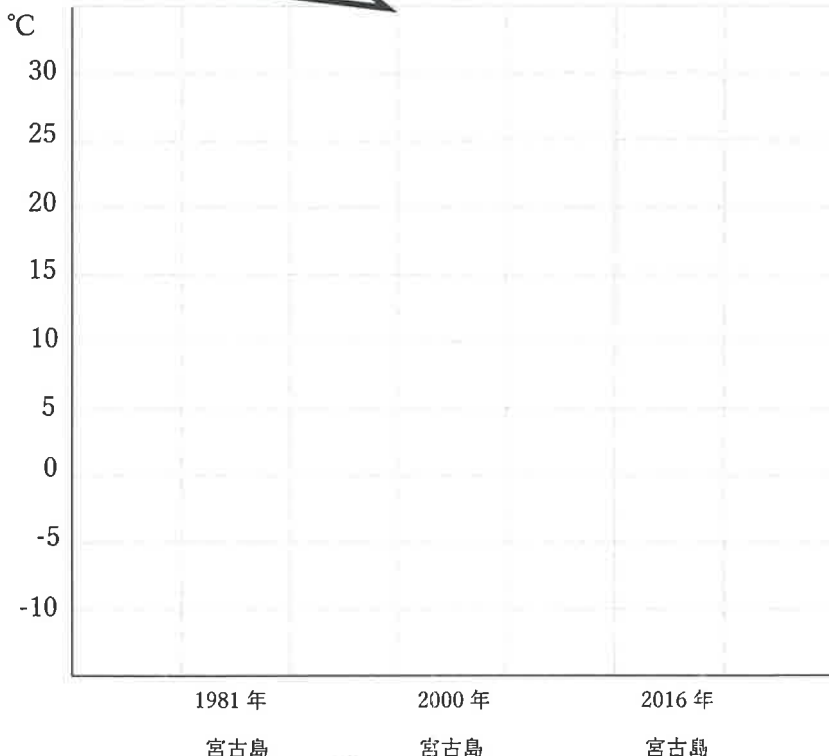
課題⑤ シグソー活動では、他の市の傾向と共通すること、また気温に関する全体的な傾向について話し合います。エキスパート活動での課題③④を伝えられるようにしておくこと。

《研究授業③》 4つのエキスパート活動でのデータの読み取り

()科()番 氏名()

エキスパート D 宮古島市 (九州沖縄：北緯24°)

課題③ 1981年、2000年、2016年の宮古島における月ごとの平均気温のデータについての箱ひげ図(縦)をそれぞれ作成しよう
※箱の縦線は点線に沿って、ヒゲは縦の点線の間に入力しよう。



宮古島(沖縄:北緯24度)			
月/年	1981	2000	2016
最大	28.5	28.1	29.6
Q3	26.1	26.5	28.4
中央	23.1	24.0	25.3
Q1	19.5	20.9	21.1
最小	16.4	17.8	18.0
平均	22.8	23.7	24.6

5数要約に
注目!

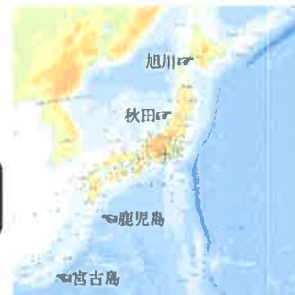
課題④ 課題③の箱ひげ図から、鹿児島県の気温についてどのような傾向が読み取れるか、分かることを自由に書こう。



課題⑤ シグソー活動では、他の市の傾向と共通すること、また気温に関する全体的な傾向について話し合います。エキスパート活動での課題③④を伝えられるようにしておくこと。

ジグソー活動

年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから読み取れる傾向をまとめよう。

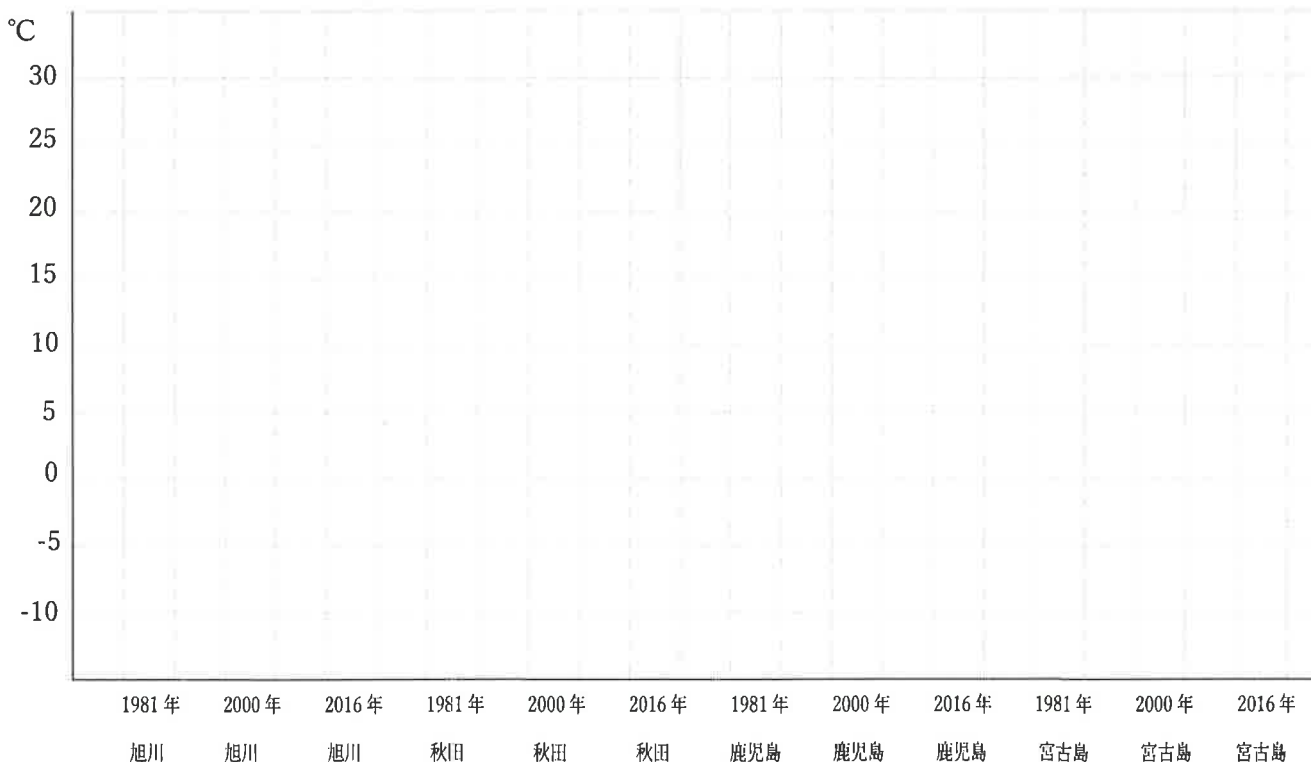


課題⑤の続き エキスパート活動での課題③④をメンバーに伝えよう。

課題⑥ エキスパート活動で得た4つの市のデータから共通しているところを調べ、年間平均気温の上昇の影響を受けているのは何かを読み取ろう。

課題⑦ 課題⑥以外で4つの市のデータ全体から読み取れる気温の傾向をまとめよう。

それぞれの箱ひげ図を下にまとめると、全体の様子が分かります。必要に応じて活用しよう。

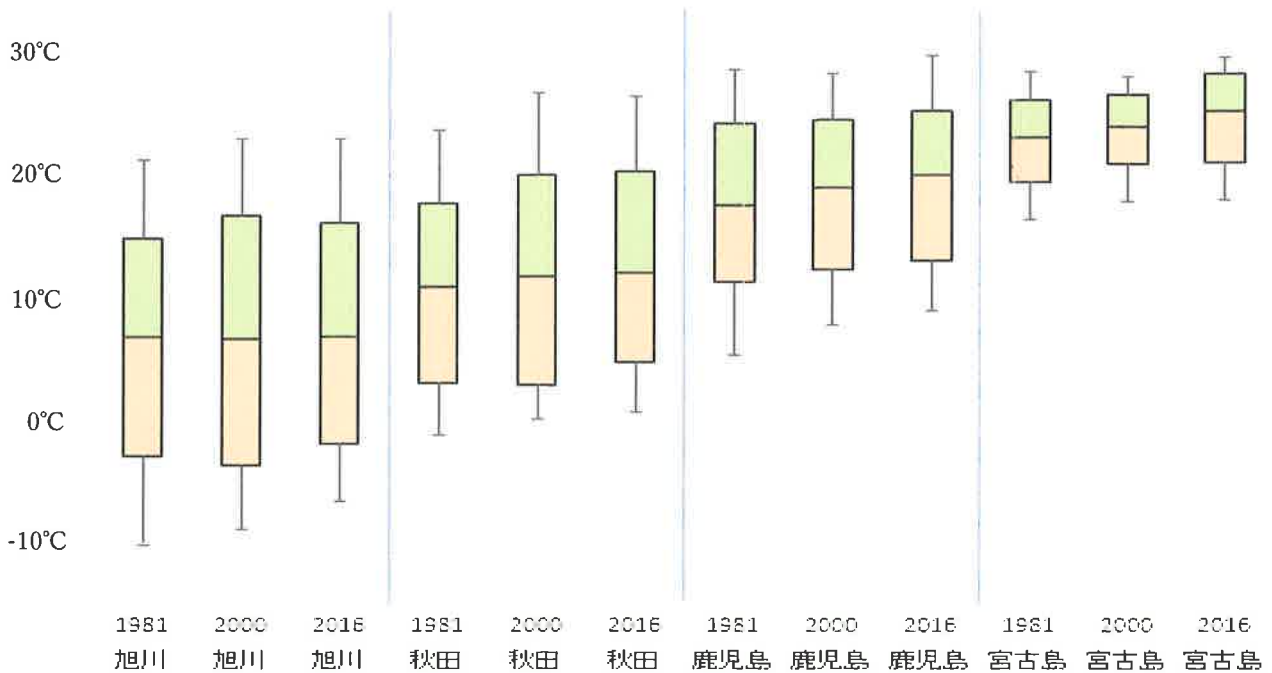


【他班の発表メモ】

課題⑧ 復習問題

下の図は、1981年、2000年、2016年と年間平均気温が連続して上昇した4つの市（旭川・秋田・鹿児島・宮古島）における、月ごとの平均気温12か月分（1年間）のデータを箱ひげ図にしたものである。

読み取れることとして正しいものを、ア～コからすべて選べ。



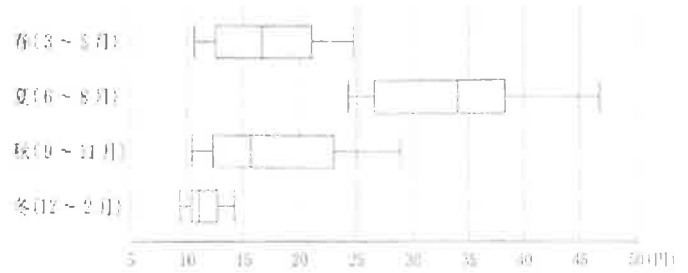
- ア 鹿児島は、年間を通して10°Cを上回っている
- イ 秋田は10°C以下の月が半数を占めている
- ウ 年間の気温の範囲が最も大きいのは秋田である
- エ 同じ年を比較すると、宮古島より鹿児島の方が、気温の最大値は大きい
- オ 同じ年を比較すると、宮古島より鹿児島の方が、気温の第3四分位数は大きい
- カ 同じ年を比較すると、南に行くほど気温の四分位範囲が小さくなっている傾向にある。
- キ 旭川の第3四分位数より宮古島の第1四分位数が大きい
- ク どの市も最小値は3年とも連続して上昇している
- ケ どの市も最大値は3年とも連続して上昇している
- コ 年間平均気温が10°Cを下回るのは旭川だけである。
- サ 旭川は氷点下(0°C未満)の時期が年間で25%以上ある

振り返り① 「箱ひげ図」のポイントやデータを分析する際のメリットを答えよう。

振り返り② 本時の授業の感想を書こう。

課題⑨ 練習問題 (宿題)

(1) 右の4つの箱ひげ図は、2003年から2012年までの120か月における東京の各世帯の1日あたりのアイスクリーム平均購入額のデータを、4つの季節ごとに分けたものである。

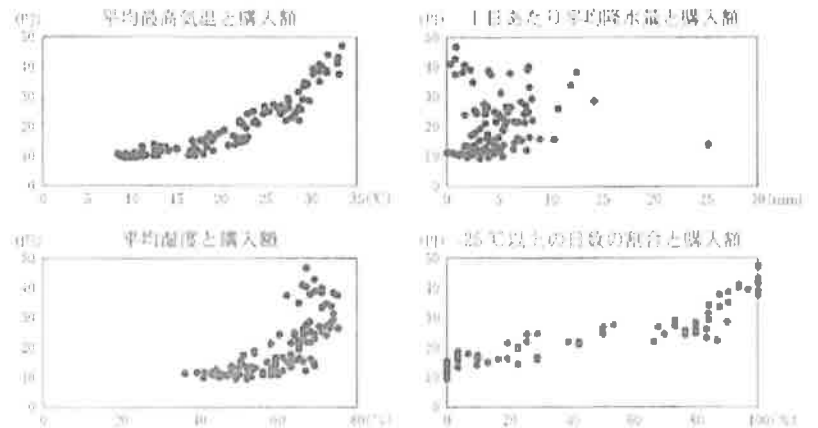


出典：総務省統計局(2013)『家計調査年報』、『過去の気象データ』(気象庁Webページ)などにより作成

季節ごとの購入額について、読み取れることとして正しいものを、ア～コからすべて選べ。

- ア 夏の購入額はすべて25円を上回っている
- イ 秋は15円以下の購入が半数を占めている
- ウ 購入額の範囲が最も大きいのは秋である
- エ 春よりも秋の方が、購入額の最大値は小さい
- オ 春よりも秋の方が、購入額の第3四分位数は大きい
- カ 春よりも秋の方が、購入額の中央値は大きい
- キ 春よりも秋の方が、購入額の平均値は大きい
- ク 平均購入額が20円を上回るのは夏だけである。
- ケ 購入額の四分位範囲が最も小さいのは春である。
- コ 冬の購入額は10円から15円の間で75%以上占めている

(2) 右の4つの散布図は、2003年から2012年までの120か月における東京の各世帯の1日あたりのアイスクリーム平均購入額を縦軸にとり、1日の最高気温の月平均(平均最高気温)、1日あたりの平均降水量、平均湿度、最高気温25℃以上の日数の割合をそれぞれ横軸にとったものである。



出典：総務省統計局(2013)『家計調査年報』、『過去の気象データ』(気象庁Webページ)などにより作成

右の散布図から読み取れることとして正しいものをア～オからすべて選べ。

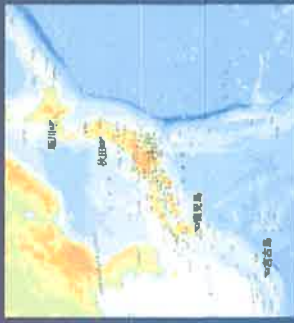
- ア 平均最高気温が高くなるほど購入額は増加する傾向にある
- イ 1日あたり平均降水量が多くなるほど購入額は増加する傾向がある
- ウ 平均湿度が高くなるほど購入額の散らばりは小さくなる傾向がある
- エ 25℃以上の日数の割合が80%未満の月は、購入額が30円を超えていない
- オ この中で正の相関があるのは、平均湿度と購入額の間のみである

データの傾向を 読み取りやすくするため

教 I データの分析
出雲工業高校 橋本 洋一

「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」

市名	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017				
旭川市	10.0	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	10.6	10.7	10.8	10.9	11.0	11.1	11.2	11.3	11.4	11.5	11.6	11.7	11.8	11.9	12.0	12.1	12.2	12.3	12.4	12.5	12.6	12.7	12.8	12.9	13.0	13.1	13.2	13.3	13.4	13.5	13.6	13.7	13.8	13.9	14.0	14.1	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6	14.7	14.8	14.9	15.0
札幌市	10.0	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	10.6	10.7	10.8	10.9	11.0	11.1	11.2	11.3	11.4	11.5	11.6	11.7	11.8	11.9	12.0	12.1	12.2	12.3	12.4	12.5	12.6	12.7	12.8	12.9	13.0	13.1	13.2	13.3	13.4	13.5	13.6	13.7	13.8	13.9	14.0	14.1	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6	14.7	14.8	14.9	15.0
旭川市	10.0	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	10.6	10.7	10.8	10.9	11.0	11.1	11.2	11.3	11.4	11.5	11.6	11.7	11.8	11.9	12.0	12.1	12.2	12.3	12.4	12.5	12.6	12.7	12.8	12.9	13.0	13.1	13.2	13.3	13.4	13.5	13.6	13.7	13.8	13.9	14.0	14.1	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6	14.7	14.8	14.9	15.0
札幌市	10.0	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	10.6	10.7	10.8	10.9	11.0	11.1	11.2	11.3	11.4	11.5	11.6	11.7	11.8	11.9	12.0	12.1	12.2	12.3	12.4	12.5	12.6	12.7	12.8	12.9	13.0	13.1	13.2	13.3	13.4	13.5	13.6	13.7	13.8	13.9	14.0	14.1	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6	14.7	14.8	14.9	15.0

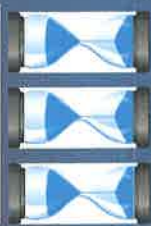


「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」

市名	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017				
旭川市	10.0	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	10.6	10.7	10.8	10.9	11.0	11.1	11.2	11.3	11.4	11.5	11.6	11.7	11.8	11.9	12.0	12.1	12.2	12.3	12.4	12.5	12.6	12.7	12.8	12.9	13.0	13.1	13.2	13.3	13.4	13.5	13.6	13.7	13.8	13.9	14.0	14.1	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6	14.7	14.8	14.9	15.0
札幌市	10.0	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	10.6	10.7	10.8	10.9	11.0	11.1	11.2	11.3	11.4	11.5	11.6	11.7	11.8	11.9	12.0	12.1	12.2	12.3	12.4	12.5	12.6	12.7	12.8	12.9	13.0	13.1	13.2	13.3	13.4	13.5	13.6	13.7	13.8	13.9	14.0	14.1	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6	14.7	14.8	14.9	15.0
旭川市	10.0	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	10.6	10.7	10.8	10.9	11.0	11.1	11.2	11.3	11.4	11.5	11.6	11.7	11.8	11.9	12.0	12.1	12.2	12.3	12.4	12.5	12.6	12.7	12.8	12.9	13.0	13.1	13.2	13.3	13.4	13.5	13.6	13.7	13.8	13.9	14.0	14.1	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6	14.7	14.8	14.9	15.0
札幌市	10.0	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	10.6	10.7	10.8	10.9	11.0	11.1	11.2	11.3	11.4	11.5	11.6	11.7	11.8	11.9	12.0	12.1	12.2	12.3	12.4	12.5	12.6	12.7	12.8	12.9	13.0	13.1	13.2	13.3	13.4	13.5	13.6	13.7	13.8	13.9	14.0	14.1	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6	14.7	14.8	14.9	15.0

課題① 4つの市のデータから、年間平均気温の上昇以外で読み取れることは何ですか？

課題② このデータの傾向を読み取るためには、どの項目に注目すればいいと思いますか？



「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」

課題② このデータの傾向を読み取るためには、どの項目に注目すればいいと思いますか？



★ より早く詳しくデータを読み取れるように、エクスハート活動・ジグソー活動で分析する力を高めていこう

「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」

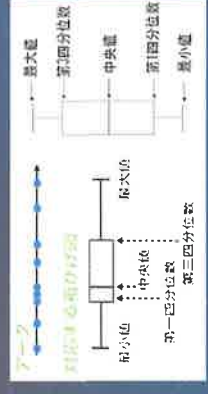


目標問題 (課題⑨ 宿題)
このような問題を解くことができるようになるのが目標

復習問題 (課題⑧)
本時の復習。課題⑨のような形式。時間がなければ宿題

「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」

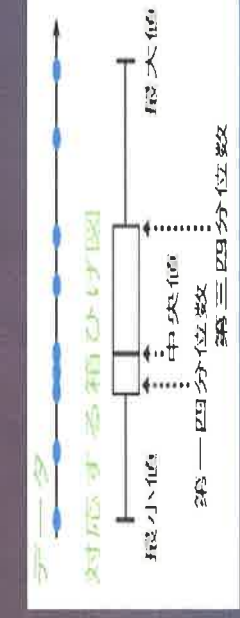
「5数要約」を図で分かるようにする表現方法
→「箱ひげ図」



目標1
箱ひげ図の説明と例題を通して、5数要約から「箱ひげ図」が作成できるようにすること。

目標2
箱ひげ図から、5数要約の値だけだけでなく、データの傾向も読み取れるようにすること。

★はい・いいえ の確認事項あり



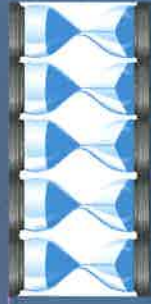
《訂正》
範囲 …… 最大値から最小値まで
四分位範囲 …… Q3~Q1
四分位偏差 …… (Q3~Q1) ÷ 2

「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」



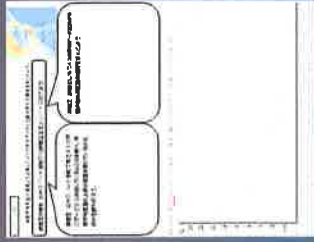
課題3
箱ひげ図の作成
課題4 5
傾向の読み取り・説明
→A~D共通点・全体傾向

エキスパート活動
A旭川 B秋田 C鹿児島 D宮古島



★時間内にできなかつた場合はジクソー活動で補い合おう

「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」



ジグソー活動

課題⑥ エキスパート活動で得た4つの市のデータから共通しているところを調べ、年間平均気温の上昇の影響を受けているのは何かを読み取ろう。

課題⑦ 課題⑥以外で4つの市のデータ全体から読み取れる気温の傾向をまとめよう。

「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」

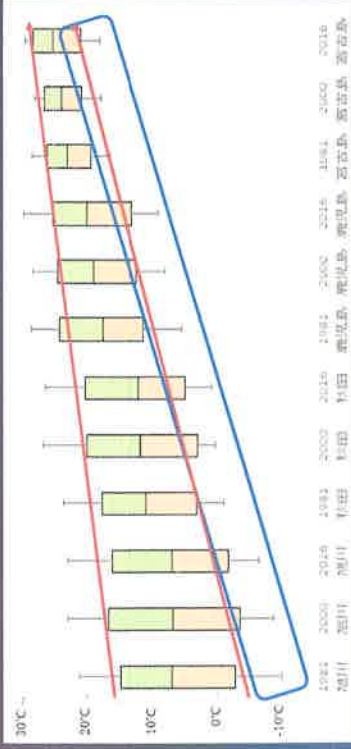


ジグソー活動

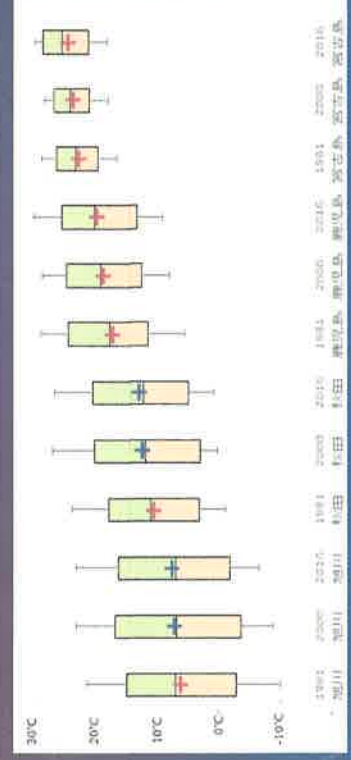
→ 課題⑥ 課題⑦を
ホワイトボードに記入
発表



「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」



「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」

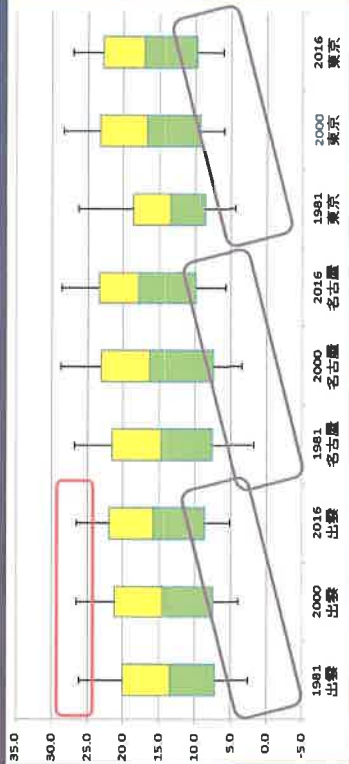


「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」

都 市	気温変化率（℃/100年）											
	平均気温				日照時間				日照総気温			
	年	1月	8月	年	1月	8月	年	1月	8月	年	1月	8月
札幌	2.7	3.9	2.2	0.9	1.7	-0.5	4.5	6.5	2.8			
仙台	2.3	3.3	0.6	0.9	1.7	-0.2	3.2	4.2	1.1			
東京	3.3	4.8	1.7	1.5	1.6	0.6	4.6	6.9	2.5			
横浜	2.8	3.8	1.5	2.3	2.7	1.4	3.6	5.2	2.0			
新潟	2.1	2.8	1.4	1.9	3.1	0.7	2.4	2.9	2.0			
名古屋	2.9	3.4	2.4	1.1	1.6	0.9	4.1	4.3	3.3			
京都	2.7	3.0	2.4	0.9	1.0	0.9	3.9	4.3	3.3			
大阪	2.9	2.9	2.5	2.3	2.0	2.1	3.9	3.6	3.7			
広島	2.1	2.1	1.6	1.1	1.1	1.1	3.2	3.1	2.6			
福岡	3.2	3.3	2.4	1.6	1.9	1.4	5.2	4.8	3.8			
鹿児島	3.0	3.4	2.7	1.4	1.6	1.4	4.3	4.6	3.8			
17都府県平均	1.5	1.9	0.9	1.0	1.3	0.4	1.9	2.3	1.3			

気象庁発表のデータより

「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」



「年間平均気温が連続して上昇した4つの市のデータから得られる傾向を読み取ろう」



課題⑧ 復習問題
(時間があれば)



振り返り 課題⑨宿題